

# 信頼性重みを導入した個体群の収束点推定精度の向上

余俊<sup>†</sup>, 高木英行<sup>††</sup>

九州大学大学院芸術工学府<sup>†</sup>, 九州大学大学院芸術工学研究院<sup>††</sup>

## 1 はじめに

進化パスは個体群の進化方向を示す有用な情報を持っている．親個体から子個体へ方向ベクトルを移動ベクトルと呼ぶことにすると（本論文での親個体と子個体を，各々，低fitness個体，高fitness個体と読み替えてもよい），進化計算の収束点はこれら移動ベクトルから推定可能で，しかも，その収束点は数学的に計算できることを示した<sup>1, 2)</sup>．筆者等はこの成果を進化計算高速化に結びつけるために，第1段階として，双極タスクの二つの局所最適解領域を移動ベクトルの方向から分離する手法と収束点の推定精度を向上させる手法を開発し<sup>3, 4)</sup>，これらの手法が一般的なベンチマーク関数でも高速化に寄与することを示した<sup>5)</sup>．さらに研究を進め，一般的な多峰性タスクの局所解領域を逐次的に分離する手法を開発した<sup>6)</sup>．現在この手法を組み込んだ進化計算の高速化について評価中である．

本論文の目的は，進化計算個体群の収束点推定精度を向上させる新たな手法を提案することである．具体的には，従来法で推定した個体群の収束点と各移動ベクトルの向きから，各々の移動ベクトルに信頼性の重みを付与し，再度収束点を推定する手法である．従来の我々の推定方法では，推定に用いる移動ベクトルを選択することはしたが，選択された移動ベクトルは同じ重要度で収束点推定計算に用いていた．

以下，第2節で簡単に個体群の収束点の推定方法を簡単に説明し，第3節で提案する移動ベクトルへの重みを説明し，第4節でテスト関数を用いてその効果を評価する．最後に，第5節と第6節で考察と結論を述べる．

## 2 収束点推定法

個体群の推定収束点は移動ベクトル群の向きから数学的に計算できる<sup>1, 2)</sup>．初めに，この計算方法の説明に用いる記号を定義する．Fig. 1中の $a_i$ と $c_i$ は $i$ 番目の親個体とその子個体である( $a_i, c_i \in \mathbb{R}^d$ )．すると親個体から子個体へ方向ベクトルは $b_i = c_i - a_i$ として定義される． $b_i$ の単位方向ベクトルは $b_{0i} = b_i / \|b_i\|$ である．すなわち， $b_{0i}^T b_{0i} = 1$ ．

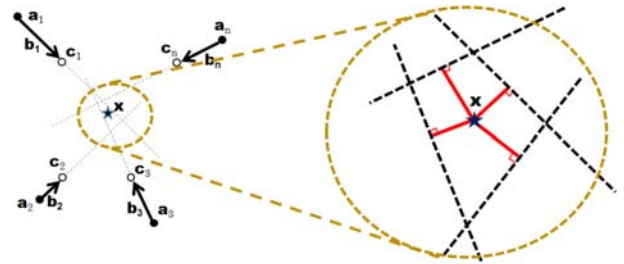


Fig. 1 移動ベクトル $b_i (= c_i - a_i)$ は $d$ 次元探索空間上の親個体 $a_i$ とその子個体 $c_i$ から定義される． $\star$ 記号はこれら移動ベクトル群が向かう収束点である．

$x \in \mathbb{R}^d$ を $n$ 本方向ベクトルを延長した線分 $a_i + t_i b_i$  ( $t_i \in \mathbb{R}$ )への最近傍点としよう．最近傍であるから，式(1)に示す $x$ から各延長線分への距離の和 $J(x, \{t_i\})$ が最小になる．

収束点 $x$ から延長線分への最小線分 (Fig. 1の赤い線分)は直交写像なので式(2)の直交条件を式(1)に代入して $t_i$ を消去する．

$$J(x, \{t_i\}) = \sum_{i=1}^n \|a_i + t_i b_i - x\|^2 \quad (1)$$

$$b_i^T (a_i + t_i b_i - x) = 0 \quad (\text{直交条件}) \quad (2)$$

式(1)の距離の和を最小にする $\hat{x}$ は， $x$ の各要素で式(1)を偏微分して0とすることで求められる．こうして求めた収束点 $\hat{x}$ を式(3)に示す．ここで $I_d$ は単位行列である．

Improving Estimation Precision of the Convergence Point of Individuals Using Weight-based Moving Vectors

<sup>†</sup> Jun YU (yujun@kyudai.jp)

<sup>††</sup> Hideyuki TAKAGI

(<http://www.design.kyushu-u.ac.jp/~takagi/>)

Graduate School of Design, Kyushu University (<sup>†</sup>)

Faculty of Design, Kyushu University (<sup>††</sup>)

$$\hat{x} = \left\{ \sum_{i=1}^n (I_d - b_{0i} b_{0i}^T) \right\}^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^n (I_d - b_{0i} b_{0i}^T) a_i \right\} \quad (3)$$

### 3 重みを導入した収束点推定法

これまでの経験から，個体群の収束点推定計算への寄与は移動ベクトルによって異なる．fitness 景観の峰を直登する移動ベクトルは収束点に直接向かいやすいし，横に逸れたような移動ベクトルは推定誤差を大きくする．したがって，式(3)のこれまでの計算のように，すべての移動ベクトルをそのまま使うのではなく，移動ベクトルの向きに応じて異なる信頼性の重みを与えた方が推定精度を高めることが期待できる．具体的には，最適解に向かう移動ベクトルには大きな重みを，そうでない移動ベクトルには小さな重みを与えた上で収束点を計算する．

各移動ベクトル  $b_i$  に適切な重み  $w_i$  を与えるための重み付推定法導出しよう．前節と同様に，式(4)の距離の総和  $J_w(x, \{t_i\})$  を最小にする  $\hat{x}_w$  を求めたい．この重みは， $x$  と移動ベクトルの延長線分との差 (Fig. 1の赤線) に影響する．

$$J_w(x, \{t_i\}) = \sum_{i=1}^n w_i \|a_i + t_i b_i - x\|^2 \quad (4)$$

式(2)から式(5)が得られる．

$$t_i = \frac{b_i^T (x - a_i)}{\|b_i\|^2} \quad (5)$$

式(5)を式(4)に代入して  $t_i$  を消去し式(6)を得る．

$$J_w(x) = \sum_{i=1}^n w_i \left\| a_i + \frac{b_i^T (x - a_i)}{\|b_i\|^2} b_i - x \right\|^2 \quad (6)$$

式(6)を展開して式(7)を得る．

$$J_w(x) = \sum_{i=1}^n w_i \{ (x - a_i)^T (I_d - b_{0i} b_{0i}^T)^T (I_d - b_{0i} b_{0i}^T) (x - a_i) \} \quad (7)$$

$\hat{x}_w$  は  $x$  の要素で偏微分して0とすることで得られる．こうして，重み付移動ベクトルの収束点  $\hat{x}_w$  が得られる (式(8)) ．

$$\hat{x}_w = \left\{ \sum_{i=1}^n w_i (I_d - b_{0i} b_{0i}^T) \right\}^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^n w_i (I_d - b_{0i} b_{0i}^T) a_i \right\} \quad (8)$$

本論文では，移動ベクトルの信頼性を推定する三つの着目点を提案し，収束点推定精度を向上させる適切な重み決定を行う．

着目点1：移動ベクトルの始点と終点のfitness差

同じような探索点で同じfitness景観の山を登っているのであれば，始点(親個体)と終点(子個体)のfitnessの差が大きい移動ベクトルほど，より最適解方向を向いているであろう，と考えられる． $i$  番目の移動ベクトルのこのfitness差  $\Delta_i$  を  $\Delta_i = f(c_i) - f(a_i)$  としよう．すると，この移動ベクトルの重みは式(9)で与えられる．

$$w_i = \frac{\Delta_i}{\sum_{i=1}^n \Delta_i} \quad (9)$$

ここで  $f()$  は与えた個体のfitness値， $n$  は全移動ベクトル数である．

着目点2：親個体から見た子個体と推定収束点への角度差

親個体から見て，全移動ベクトルから推定した収束点方向と，その子個体への方向(移動ベクトル方向)とが同じ方向であるほど信頼できる移動ベクトルと判断しよう，という考えに基づき，これらの方向の角度差から各移動ベクトルに与える重みを計算する．まず重みなしの従来法で推定収束点を計算する．次に， $i$  番目移動ベクトルとその始点(個体)から推定収束点へのベクトルの  $\cos\theta_i$  値を式(10)で求める．この  $\cos\theta_i$  値を用いて， $i$  番目移動ベクトルへの重みは式(11)で与えられる．Fig. 2はこの着目方法2を示す図である．

$$\cos\theta_i = \frac{(c_i - a_i)(x - a_i)}{\|c_i - a_i\| \|x - a_i\|} + 1.0 \quad (10)$$

$$w_i = \frac{\cos\theta_i}{\sum_{i=1}^n \cos\theta_i} \quad (11)$$

この方法は，重みなしで計算した推定収束点を使って重み付の場合の推定収束点を計算するので，この計算コストは2倍になる．

着目点3：親のfitness値

一般に，最適解領域に近づく個体ほどfitness値が高いと言える．そして，fitness値が高い親個体からの移動ベクトルほど最適解に近い収束点を信頼度高く推定できると考えられる．そこで，最良親個体と最悪親個体のfitness値幅で正規化して，

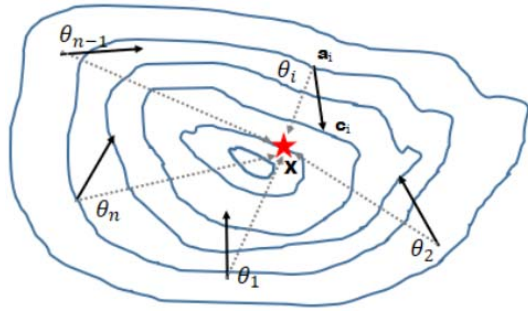


Fig. 2 角度に着目した移動ベクトルの信頼度重み計算．赤の星印 $x$ は重みなしで求めた推定収束点．

式(12)で各移動ベクトルへの重みを計算する．

$$w_i = \left( \frac{MaxF - f(a_i)}{MaxF - MinF} \right) / \left( \sum_{i=1}^n \frac{MaxF - f(a_i)}{MaxF - MinF} \right) \quad (12)$$

ここで， $MaxF$ と $MinF$ は各々最良親個体と最悪親個体のfitness値， $f()$ は与えた個体のfitness値である．

#### 4 評価実験

前節で提案した三つの着目点に基づく信頼度重み計算の効果を視覚的に示すため，Table 1の係数を持つ式(13)の2次元ガウス関数をテスト関数として評価をする．前節での三つの重み計算提案法以外に，これらの組み合わせも評価する．第4番目の方法として提案3手法で得た重みの平均値を用いる方法，第5番目の方法は，提案3手法のうち重み値が近い二つの重み平均を用いる方法で，離れた重みを使わない．

$$f(x) = - \left\{ a \exp \left( - \sum_{i=1}^2 \frac{(x_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2} \right) \right\} \quad (13)$$

評価実験では，次世代個体生成にはTable 2のパラメータ設定をした差分進化を用いる．移動ベクトル生成には，親個体近傍にランダムに個体を生成する方法を用い，親個体と新規生成個体のうち，fitness値の低い個体から高い個体への移動ベクトルとする．すなわち，個体数分の移動ベクトルが常に生成されると同時に，乱数生成の個体は進化に影響せず移動ベクトル生成のみに用いる．評価は式(13)のテスト関数で各手法とも30試行行い，最適解と推定収束点との平均fitness値差を求める．

この平均fitness値差を世代毎にグラフにし，推定収束点が最適解に近づく様子をFig. 3に示す．

Table 1 式(13)のパラメータ値

次元数	2
個体数	20
探索範囲	2変数とも [-6,6]
$a$	3.1
$\sigma_1$ と $\sigma_2$	共に (2.0,2.0)
$\mu_1$ と $\mu_2$	共に (0.0,0.0)

Table 2 差分進化のパラメータセッティング

2-D探索の個体数	20
scale factor $F$	0.9
交差率	0.8
DE 演算	DE/rand/1/bin
最大世代数	10
試行回数	30

また，着目点1~3の重み付けされた移動ベクトルで推定した結果と均等重み付けの移動ベクトルで推定した結果（従来法）を4に示す．

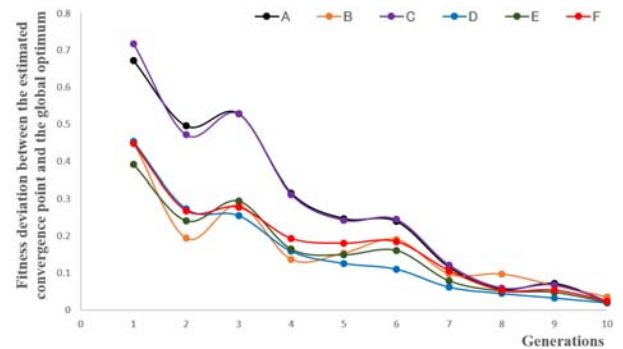


Fig. 3 最適解と推定収束点のfitness値差の30試行平均．A: 従来法（均等重み付けの移動ベクトルによる収束点推定），B, C, D: 着目点1, 2, 3に基づく重み付収束点推定法，E: 着目点1, 2, 3で得られた重みの平均重みを用いる方法，F: 着目点1, 2, 3で得られた重みのうち，離れた重みを外し，似た残り2個の重みの平均重みを用いる方法．

Fig. 3の世代毎にFriedman検定とHolmの多重検定を行った．従来のすべての移動ベクトルを同等に扱って収束点を推定する手法と提案法との間に有意差があった場合をTable 3に示す．

#### 5 考察

本論文では異なる視点から移動ベクトルの信頼度を計算する三つの着目点重み計算方法を提案

Table 3 手法間の有意差検定結果．従来法：均等重み付けの移動ベクトルで収束点を推定する方法，提案法1, 3：第3節の着目点1, 3による重み付移動ベクトルで収束点を推定する方法．提案法4：着目点1, 2, 3で得られた重み値の平均値を重みとする移動ベクトルで収束点を推定する方法． $A < B$ は危険率5%でBのfitness値がAのfitness値よりも良いことを示す．

世代	従来法と提案手法との比較
第1世代	従来法 < 提案法4
第2世代	従来法 < 提案法1, 提案法4
第3世代	従来法 < 提案法3
第4世代	従来法 < 提案法1
第5世代	従来法 < 提案法3
第6世代	
第7世代	
第8世代	
第9世代	従来法 < 提案法3
第10世代	

した．第1の方法では移動ベクトルの始点（親個体）と終点（子個体）のfitnessの差に基づいて重みを決定した．しかしfitness景観は，あるところでは急峻であり，あるところでは緩やかであるので，単純にこの方法だけでは移動個体が最適解方向を向いているのかどうか判らない場合もある．一般的傾向として，探索初期世代では移動ベクトルの始点と終点のfitness値のばらつきが大きいですが，収束してくるとほとんどの個体の差がなくなって来るので，この手法は探索初期に有効に働くが，収束が進んで来ると効果が弱くなる．実験結果はこの予想を裏付けている．

第2の方法では移動ベクトルの方向に着目し，重み付きでない従来法で推定した個体群の収束点も最適解近傍である確率が高いので，この方向を向いている移動ベクトルほど高い重みを与えるようにした．しかし，この方法は従来法での推定収束点に大きく依存するので，従来法での推定収束点が最適解と離れている場合，重み付きにしても性能が上がらず場合によっては悪くなることもあり得る．

第3の方法では，個体の位置に着目し，最適解近傍に近い移動ベクトルほど大きな重みを与えるようにした．しかし最適解近傍にある個体は平坦な狭い領域の近傍同士になるので移動ベク

トルの方向がばらつきやすくなる．これは推定精度を低下させることにもなる．

実験結果からは着目点1と3の手法が比較的性能が良いように見える．しかし前述したようにそれぞれの手法は収束状況によって異なる点に着目した計算方法なので，すべての場合に有効な手法があるとは思えない．

本論文では最初の取り組みとして単純なタスクで観察できることを優先したが，今後は次元を上げた多峰性タスクでも有効に働く手法に改良していく必要がある．また移動ベクトルに対する重み計算法の特性の違いを考慮した組合せ法や，適応的な計算方法や組合せ方法を導出する必要がある．

## 6 結論

本論文では進化計算高速化に利用する個体群の収束点の推定精度を高めるために，推定に用いる移動ベクトルに信頼性の重みを導入した．このための三つの重み計算方法を提案し，実験的に重みを導入することで推定精度を向上させることを示した．同時に，汎用的に効果を示すような適応性の導入などの今後の課題も示した．

## 謝辞

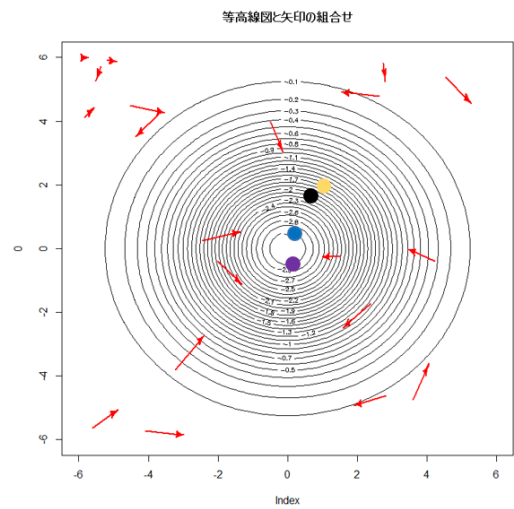
本研究はJSPS科学研究費（課題番号 JP15K00340）の助成を受けたものである．

## 参考文献

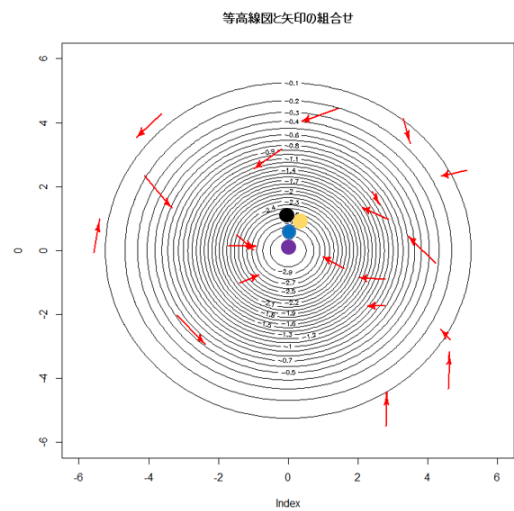
- 1) 村田昇, 西井龍映, 高木英行, 裴岩「世代間移動ベクトル群の収束点推定法」2014進化計算シンポジウム, pp.210-215, 廿日市市 (2014年12月20-21日).
- 2) Murata, N., Nishii, R., Takagi, H., and Pei Y., "Analytical Estimation of the Convergence Point of Populations," IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2015), pp.2619-2624, Sendai, Japan (May 25-28, 2015).
- 3) 余俊, 高木英行「多峰性最適化問題での局所最適解推定高度化のための補正法 - 局所最適解が2個の場合 -」第9回進化計算研究会, pp.92-97, 神戸 (2015年9月7-8日).
- 4) Yu J. and Takagi H., "Clustering of Moving Vectors for Evolutionary Computation," 7th International Conference on Soft Computing and Pattern Recognition (SoCPaR2015), pp.169-174, Fukuoka, Japan (November 13-15, 2015).
- 5) Yu J., Pei Y. and Takagi H., "Accelerating Evolutionary Computation Using Estimated Convergence Point," IEEE Congress on Evolutionary

Computation (CEC2016), pp.1438-1444, Vancouver, Canada (July 24-29, 2016).

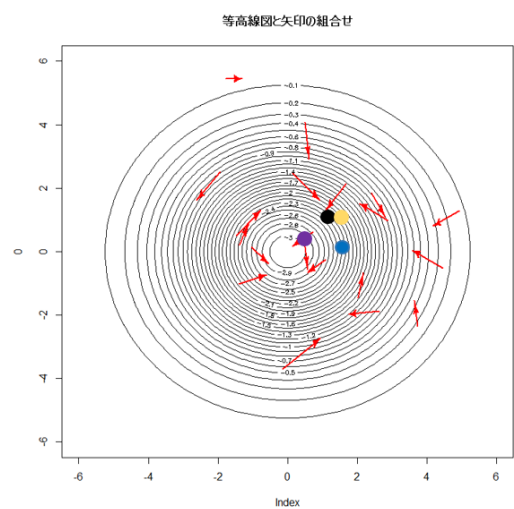
- 6) 余俊, 高木英行「個体間距離順位とフィットネス順位に基づく局所解領域の推定」第12回進化計算学会研究会プログラム, pp.203-206, 福岡 (2017年3月13-14日).



(a) First generation



(b) Third generation



(c) Fifth generation

Fig. 4 異なる手法によって推定された個体群の収束点．黒点（重みなし），青点（着目点1），黄点（着目点2），紫点（着目点3）