電子回路が分かるための電気回路理論の復習

あるシステムが線形(linear)であるとは重ね合わせが成立すること．

システムの振る舞いはいろいろな動作量で記述されるから，いろいろな動作量に関する重ね合わせがある．

例えば，直流動作と交流動作の重ね合わせ．これは周波数成分ごとの動作を重ね合わせて理解するという態度にほかならない．電圧源や電流源など，独立電源ごとに別々に解析して個別の解析結果を重ね合わせる方法も賞用される．

あるシステムが並進不変(translation invariant)であるとは並進させてもシステムの性質が変わらないこと．

システムの動作を記述する方程式について，
if f(t)=0, then 時不変とは f(t-a)=0 for any constant, a.
if g(x)=0, then 空間不変とは g(x-b)=0 for any constant, b.

線形かつ並進不変なシステムでは力学的保存則が成立する．つまり，線形かつ時不変ならばエネルギー保存則が成立し，線形かつ空間不変ならば運動量保存則が成立する．

ハミルトンの正準形式力学理論によれば時間とエネルギーは循環座標対であり，位置と運動量は循環座標対である．

循環座標対の間には不確定性関係が成立する．エネルギーと周波数は等価であり，運動量と波数は等価である．

電圧と電流は双対な(dual)物理量である．
インピーダンスとアドミタンスは双対な動作量である．

理想電圧源の内部インピーダンスは０だ．だからこそ任意の負荷を接続してもその起電圧を供給できるのだ．

理想電流源の内部インピーダンスは∞だ（内部アドミタンスは０だ）．だからこそ任意の負荷を接続してもその起電流を供給できるのだ．

周波数が十分高ければコンデンサのインピーダンスは０（短絡）とみてよい．
周波数が十分低ければコンデンサのインピーダンスは∞（開放）とみてよい．

周波数が十分低ければインダクタのインピーダンスは０（短絡）とみてよい．
周波数が十分高ければインダクタのインピーダンスは∞（開放）とみてよい．

【Thevnin の等価電源】　開放電圧 V と内部インピーダンス Z によって記述される電圧源電源がある．一方，短絡電流 I と内部インピーダンス Z（内部アドミタンス Y=1/Z）によって記述される電流源電源がある．V=ZI が成立するとき，これら２つの電源は互いに等価である．

【２端子素子の接続】　インピーダンスが Z_n の２端子素子の直列接続によってできる２端子素子のインピーダンスは $Z=\Sigma Z_n$ である．
アドミタンスが Y_n の２端子素子の並列接続によってできる２端子素子のアドミタンスは $Y=\Sigma Y_n$ である．

【電源の接続：Millman の定理】　開放電圧 V_n, 内部インピーダンス Z_n の電圧源を複数並列接続して得られる電圧源のインピーダンス Z と開放電圧 V を考えよう．個々の電圧源を等価電流源に書き換えると，合成電源の全アドミタンスは $Y=\Sigma Y_n$ であることは自明．同じく，合成電流は $\Sigma Y_n V_n$ であるから, $V=\Sigma Y_n V_n/Y$ である．

【回路の接続】　独立電源を有する回路Ａと独立電源をもたない回路Ｂの接続について考える．ＡとＢの接続しようとする節点におけるそれぞれの入力インピーダンスを Z_A，Z_B とかく．$Z_A \ll Z_B$ ならば，接続前のＡの開放電位と接続後の接続点における電位はほぼ同一である．$Z_A \gg Z_B$ ならば（つまり $Y_A \ll Y_B$ ならば），接続前のＡの短絡電流と接続後の接続点を流れる電流はほぼ同一である．

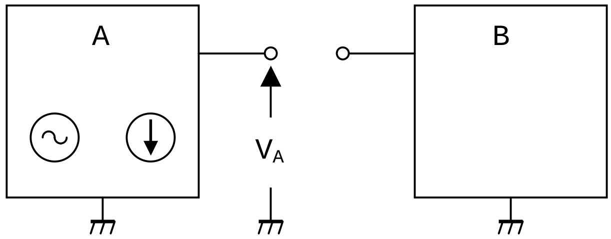
注意：テレビと電話があるからといって，テレビと電話をいい加減に結線してテレビ電話ができるわけではありませんね．

【回路の分離】　あるひとつの回路を切り離して，独立電源を有する回路Ａと独立電源をもたない回路Ｂへ分離することを考える．ＡとＢの分離後の節点におけるそれぞれの入力インピーダンスを Z_A，Z_B とかく．$Z_A \ll Z_B$ ならば，分離前の分離点の電位と分離後のＡの開放電位はほぼ同一である．$Z_A \gg Z_B$ ならば（つまり $Y_A \ll Y_B$ ならば），分離前の分離点を流れる電流と分離後のＡ点における短絡電流はほぼ同一である．

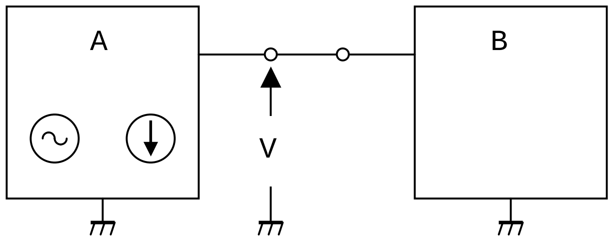
注意：ある電子回路を点検するとき，いい加減に切り離して個々の部分回路についてしかるべき動作を検証したからといって，それらを接続したとき全体がしかるべく動作することを保証できるわけではありません．

注意：帰還回路の解析ではループ利得を計算する際に，帰還路を形成する閉路を切断する．この場合は回路を２つに分離するわけではなくて，閉路は切断するが依然として１つの回路にとどめておく．この場合も分離の場合と同様に注意し，閉路の切断前後で回路内部の電圧分布も電流分布も変わらないような枝路を選んで切断しなければならない．つまり，電圧ループ利得を求めるなら，$Z_{in}=\infty$ の点，または $Z_{out}=0$ の点で切断する．

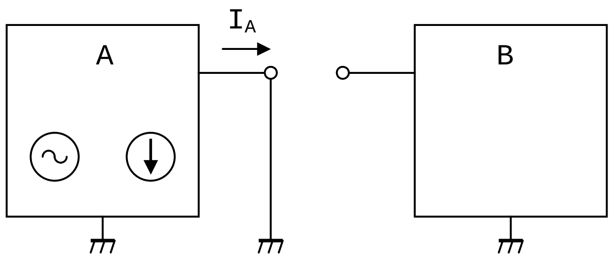
【問題】左欄の「回路の接続」の説明にふさわしい回路図を描きなさい．



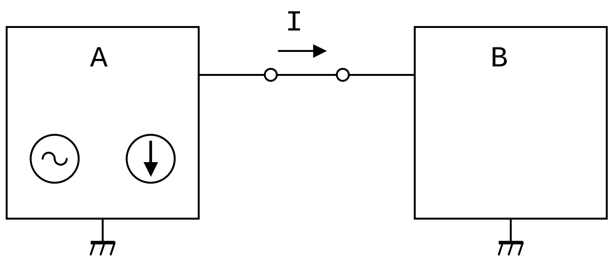
if $Z_A \ll Z_B$, then $V=V_A$



///////////////////////////////////



if $Z_A \gg Z_B$, then $I=I_A$



【岸源也】直列接続とは何か，図を使わずにインピーダンスという用語を用いて定義せよ．

【Kirchhoff】　任意の節点に流れ込む電流の総和は０である．任意の閉路に沿った電位差の総和は０である．

交流電圧源 V_0，抵抗 R，コンデンサ C を直列に接続するとき，コンデンサの両端に発生する電圧降下は $V(s)=V_0/(1+sCR)$ である．したがって $V(0)=V_0$，$V(\infty)=0$ である．

電子回路解析の要点

バイポーラトランジスタは背中合わせの２つの pn 接合から構成される．エミッタ側の pn 接合には順バイアスをかけ，コレクタ側の pn 接合には逆バイアスをかけて使用する．

交流エミッタ等価抵抗は直流エミッタ電流できまる．$r_e=0.026/I_E$

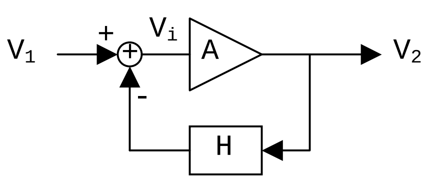
相互コンダクタンスは $g_m=\alpha_0/r_e \quad 1/r_e$ である．

【ちょっぴり高度な知識】　真性トランジスタのベース・エミッタ間の高周波等価回路は r_e と C_d の並列接続で表される．ここで，$\omega_\alpha r_e C_d=1$ である．α遮断周波数は少数キャリアの拡散定数 D とベース幅 W によって$\omega_\alpha=2D/W^2$で与えられる．

エミッタ接地増幅回路の負荷抵抗を R_L とすると電圧利得は $A_v=-R_L/r_e=-g_m R_L$ である．

Nullator とは流れる電流も電位差も零であるような２端子素子（零素子）． Norator とは流れる電流も電位差も任意であるような２端子素子（任意素子）．これらは必ず対になって存在しなければならない．回路解析に際しては頑固者のナレータに注目して考えること．付和雷同のノレータを相手にしてはいけない．

【Negative Feedback，負帰還】A は正相増幅回路で能動回路．H は帰還回路で受動回路．AH をループ利得という．



$$V_2=AV_1/(1+AH)$$

$$\text{if } |AH|\gg 1,\ \text{then } V_2 \quad V_1/H$$

H は受動回路であり，温度変化などに対する特性変動が少ない．この受動回路によって負帰還回路全体の伝達関数が 1/H と定まるのだ．|A|は十分大きいだけでよい．

入力側において信号源，増幅回路，および帰還回路を直列に接続する場合 $Z_{in}=Z_i(1+AH)$，並列に接続するなら $Z_{in}=Z_i/(1+AH)$となる．

出力側において負荷，増幅回路，および帰還回路を直列に接続する場合 $Z_{out}=Z_o(1+AH)$,並列に接続するなら $Z_{out}=Z_o/(1+AH)$となる．

一般に，A，H は複素周波数 s の関数であり，周波数とともに振幅も位相も変化する．

安定であるとは，利得が有限の値にとどまることである．不安定になるとは，利得が無限大に発散することである．

明らかに，ある s=jωにおいて A(s)H(s)=-1 =exp(jπ)となれば利得が発散する．すなわち，ループ利得 A(s)H(s)の位相∠AH がπラジアンに達する周波数で|AH|<1 であれば安定である． あるいは|AH|=1 となる周波数でもまだ∠AH<πであれば安定である．

【安定条件】帰還回路が安定であるための必要十分条件は，利得の分母多項式がフルビツ（Hurwitz）多項式であること．

注：フルビツ多項式の根は複素 s 平面上の虚軸を含まない左半平面内に存在する．

集積回路のための基本回路

【Current Mirror】カレントミラーは電流のコピー機である。コレクタから見込んだ出力インピーダンスが高く、負荷抵抗の大小に係らず所定の電流を供給することができる。このため直流電流源として賞用される。また、能動負荷(active load)としても利用される。

【Differential Amplifiers, 差動増幅】差動増幅回路は左右対称であり、温度変化などによる同相成分の変動が相殺される。差動成分だけが出力される。

【Level Sfifters, レベルシフト】直流動作電位の際限ない上昇を避けるために使われる。

【Why Low Voltage Circuits? なぜ低電圧回路か】容量 C のキャパシタに蓄えられる静電エネルギは $E=(1/2)CV^2$ である。ディジタル IC では電位の高低が 1, 0 を表わし、スイッチング動作によって状態が変化する。つまり、キャパシタの充放電がディジタル IC の主な消費電力になる。

静電エネルギの単位時間当たりの変化量 dE/dt はスイッチング周波数を f とすれば、平均的には $Ef=(1/2)CV^2f$ で表わされる。したがって、低消費電力ディジタル IC を作るためには、①動作電圧を下げる、②動作周波数を下げる、③回路の面積を小さくして容量を小さくすることが有効である。とくに動作電圧は２乗で効くため、低電圧化の利益が大きい。一方、高速動作を望むかぎり、動作周波数を下げることは受け入れがたい。

【トランジスタの動作電圧】バイポーラトランジスタでは pn 接合部に built-in 電位障壁がある。Si では 0.6V 程度であり、これを下回る動作は期待できない。これに対して CMOS トランジスタの理論的動作限界電圧は 0.18V といわれている。

では 1.2V 動作の CMOS ディジタル IC の低電圧化が成功し、動作周波数や回路寸法を変えずに 0.18V 動作が可能になったとすれば、消費電力は何%に減るか答えなさい。また、このことが Lithium イオン電池や太陽電池などのバッテリー技術やモバイル端末、ならびに次世代インターネット IPv6 に与える影響について考察しなさい。

【IPv6, Internet Protocol version 6】現行の IPv4 では IP アドレスが 32 ビットで表わされ、42 億しか識別できず、アドレス不足が深刻である。このため IPv6 では 128 ビットアドレスが採用される。つまり 2^{128}=42 億の４乗=3.4×10^{38} 種類となる。

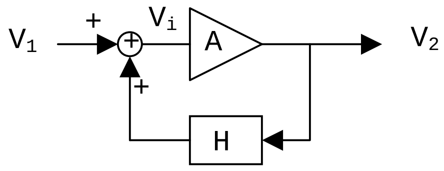
これがどれほどの数か、考えてみなさい。例えば､地球の半径は 6 メガメートルであるから、地球の表面積は 4.5×10^{32} 平方ナノメートルである。では、このアドレスの 128 ビット化が情報通信社会に与える影響について考察しなさい。

【Class-B Push-Pull Power Amp.】npn トランジスタと pnp トランジスタを一組にして交流信号の正負半周期を交互に一方のトランジスタで増幅する回路形式である。電力利用効率が $\pi/4$=78.5%と高い。

Ｂ級とはバイアス設定の一方式であり、負荷線上の遮断領域に動作点を定める方式である。通常の増幅回路では負荷線の中点に動作点を定めることが多く、これをＡ級動作という。

【OPA, operational amplifiers, 演算増幅器】演算増幅器の入力インピーダンスは高く、出力インピーダンスは低い。このため電圧を信号とする信号処理に際しては使用法が著しく簡単になる。

【Oscillation by Positive Feedback, 正帰還による発振】A は正相増幅回路で能動回路．H は帰還回路で受動回路．AH をループ利得という．



$V_2=AV_1/(1-AH)$

もしもある特定の s において A(s)H(s)=1 が成立するならば，その複素角周波数において $V_1(s)=0$ であっても $V_2(s)\neq 0$ となる．

　この s が虚軸上に存在するならば，s=jωに相当する角周波数の正弦波が定常応答として現れる．この正弦波は回路内部のいかなる点においても支配的に存在しているはずである．

【定常発振の条件】A(s)H(s)≧1, s=jω. すなわち

周波数条件: Im[A(s)H(s)]=0

利得条件: Re[A(s)H(s)]≧1

通常，周波数条件はある特定の s=jωで成立するから，その周波数成分についてのみ発振条件が満足されうる．このため，この周波数に該当する単一の正弦波が発生し，基本周波数の整数倍の周波数成分をすべて必要とする矩形波は発生しない．

AH の計算に際して帰還路を切断するが，$Z_{in}=\infty$の点，または $Z_{out}=0$ の点を見つけ出して切断すること．

AH の計算を整理するときには, s に関して偶数乗の項と奇数乗の項に分けて整理し，最後に s=jωを代入するのがよい．

低周波では高 Q のインダクタンスを作るのが困難なため，帰還回路を RC 回路で構成する．高周波では帰還回路を LC 回路で構成する．

Colpitts の CLC，Hartley の LCL についての直列インピーダンスが 0 になる周波数は発振周波数である．この無損失のリアクタンスループを電流が減衰することなく流れつづけて発振が現れると解釈できるからである．

水晶振動子は３次のリアクタンス特性（単調増加関数）をもち，リアクタンスが 0 となる周波数 f_0 と無限大に発散する周波数 f_∞が極めて接近している．また温度変化に対するパラメータ変動量も小さい．このため，この 0 から∞へ単調増加する特性をコルピッツ発振回路の L_2 として使用することにより，高精度・高安定な高周波発振が可能となる．

【PLL, Phase Locked Loop】