基礎材料組織学　第３回

前回：　・有効数字の原則
　　　　・有効数字を考慮した計算
　　　　・応力の定義

今回：　・応力の定義（続き）
　　　　・ひずみの定義
　　　　・弾性変形と塑性変形
　　　　・変形のメカニズム

3.1 「応力」とは？(2.3 の続き)

●応力の形式： 各部材への力（荷重）のかかり方に着目

① 部材を伸ばす／縮める方向

（部材の断面積に対して垂直方向）

→「垂直応力、$\sigma = \frac{W}{A}$ 」

② 部材をすべらす（ずらす）方向（シグマ）

（部材の断面積に対して平行方向）

→「せん断応力、$\tau = \frac{W}{A}$ 」（タウ）

・反力について

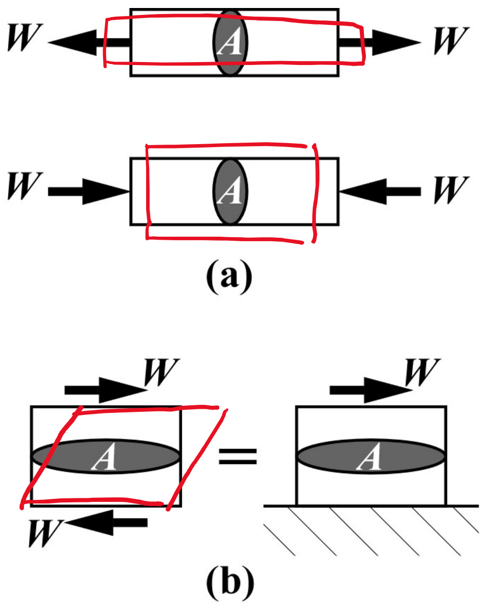


図 3.1 応力の形式

3.2 「ひずみ」とは？

・問い：元の長さが異なる棒に同じ荷重をかけて

引張った場合，両者の伸び量を比較すると？

$A_{01} = A_{02}$, $W_1 = W_2$,

$l_{01} > l_{02}$

λ_1 と λ_2 は？

◎ 材料の単位長さあたりの伸びは、材質が同一なら均一である。

「ひずみ」$=$ $\dfrac{\text{伸び}}{\text{元の長さ}}$

［単位なし（無次元量）］

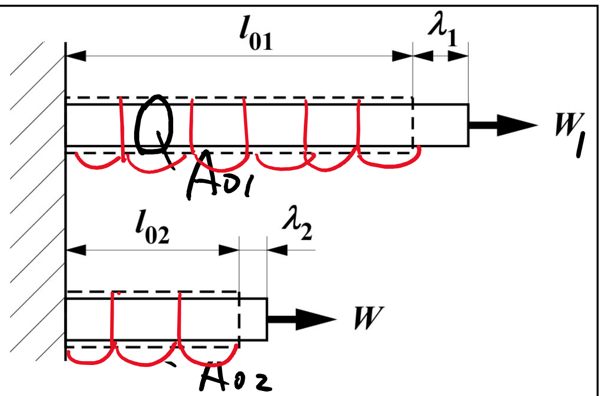


図 3.2 ひずみの概念

縮む（圧縮）

●ひずみの形式：

① 垂直方向 → 棒の長手方向：伸びる → 「縦ひずみ」 $\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\lambda}{l_0}$

イプシロン

→ ∴ 直径方向：縮む → 「横ひずみ」 $\varepsilon' = \frac{d - d_0}{d_0}$

太くなる（圧縮）

・縦ひずみと横ひずみの比：「ポアソン比」

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$

ニュー

← ε, ε' いずれかが必ず負になるため.

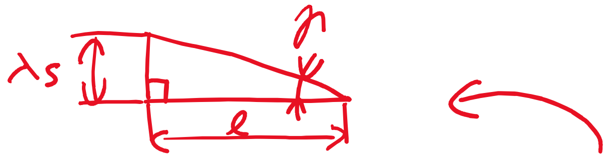
×

② せん断方向 → 「せん断ひずみ」 $\gamma = \frac{\lambda_s}{l}$

ガンマ

$\tan\gamma = \frac{\lambda_s}{l}$，γ微小，かつラジアン表記であれば

$$\gamma \approx \frac{\lambda_s}{l}$$



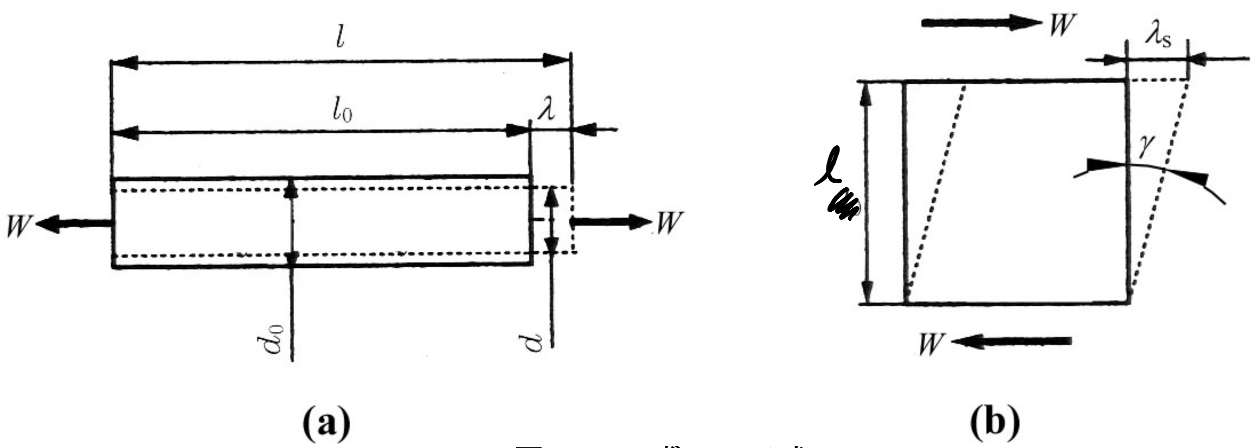


図 3.3 ひずみの形式
［新版 基礎機械材料学, 朝倉書店］

・例題：元の長さ l_0 = 100.0 mm，元の直径 d_0 = 10.0 mm の棒を垂直荷重 W = 10.0 kgf で引張ったとき，垂直応力 σ [MPa]は？また長さ l = 110.0 mm のときの縦ひずみ ε [-]は？

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2 = \frac{\pi d_0^2}{4}$$

$$\frac{10.0}{2} = \begin{cases} 5.00 & ? \\ 5.0 & ? \end{cases}$$

$d_0 = 10.0\,\mathrm{mm}$

$$\sigma = \frac{W}{A} = \frac{4W}{\pi {d_0}^2}, \quad W = \underbrace{10.0}_{3桁} \times \underbrace{\cancel{9.8}}_{\cancel{2桁}}\ \underbrace{9.807}_{4桁}\ N$$

$$= \frac{4 \times 10.0 \times 9.807}{\pi \times 10.0^2} = 1.2\overset{5}{\cancel{48}}\cdots \underbrace{N/mm^2}_{=MPa} = \underline{1.25\ MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{\overbrace{110.0}^{4桁} - \overbrace{100.0}^{4桁}}{100.0} = \frac{\overbrace{10.0}^{3桁}}{\underbrace{100.0}_{4桁}} = \underbrace{0.100}_{3桁} = \underbrace{1.00}_{3桁} \times 10^{-1}\ [-]$$

3.2 弾性変形と塑性変形

●材料に引張応力をかけ，その時の縦ひずみを記録・プロットする →応力−ひずみ線図（右図）

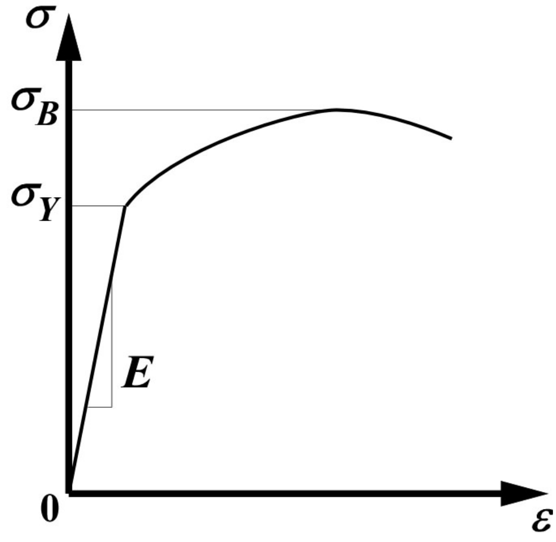


図 3.4 応力―ひずみ線図

①応力 σ_Y 以下の範囲:

・σとεが比例する

・σを0に戻すとεも0になる（完全に消失する）→ゴムのような変形

⇓

「弾性変形」

②応力 σ_Y 以上の範囲:

・σとεは比例しない

・σを0に戻してもεはある程度残る（永久変形）

→粘土のような変形

⇓

「塑性変形」

●弾性変形と塑性変形のしきい値となる応力σ_Y：降伏応力（降伏強度
〃 強さ）

●弾性変形範囲内（σ_Y以下）での応力σと縦ひずみεの比例関係：フックの法則

垂直応力：$\sigma = E\varepsilon$
→ 縦弾性係数（ヤング率）

せん断応力：$\tau = G\gamma$
→ せん断弾性係数

3.3 変形のメカニズム

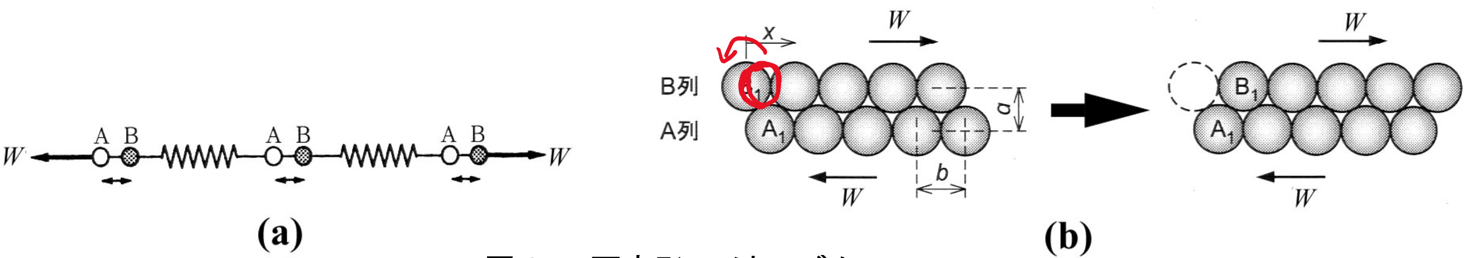


図 3.5 両変形のメカニズム
［新版 基礎機械材料学, 朝倉書店］

・弾性変形：外力によって原子が平衡位置からわずかにずらされ、復元力と外力がつり合っている状態。

・塑性変形：より大きな外力の作用により、原子が次の平衡位置まで完全に移動した状態。

3.4 第 3 回講義に関する意見･感想･質問のまとめ

●意見・感想

・応力―ひずみ線図がうまく理解できなかったので復習する，新しい用語や式がたくさん出てきたので復習する，式を暗記するのではなくよく理解する，有効数字がまだ慣れていないので練習する，例題はまだ振り返らないとできないので復習する，工学単位系について忘れかけていたので復習する，計算の際に有効数字を確認する癖をつける，弾性変形と塑性変形について復習する，応力やひずみについて普段から意識していないので考え方に苦戦した:27

・ひずみを出すのに負になるのは違和感があったがポアソン比を絶対値にするのは納得できた，ひずみについて理解できた，応力やひずみに対する理解が深まった，変形についてよく知ることができた，応力について例題を通して慣れることができた，高校物理は物質の運動について考えたが物質そのものの変形を考えるのは新鮮，降伏応力を超えることで変形が変化することが興味深かった，昨年はあまり理解できていなかった箇所も今年の講義でより深く覚えられている実感がある:23

・直径で与えられた時の面積計算法が有益だった，有効数字がかなりシビアになってきたので集中して計算する，有効数字にだんだん慣れてきた，有効数字の桁数をなるべく増やすために計算を工夫することを学んだ，重力加速度の小数第 2 位以降の数字を見たことがなかったので今後は意識する，有効数字の計算を自信を持ってできるようになった，丸め方が決められない場合は丸めを行わずに計算する方法を考えるのが大事:16←有効数字を意識した計算を何回もやることにより，みなさん少しずつ慣れてきていると思います．

・小テストは解きやすかった，比較的易しかったので全部解けた，問題は分かりやすかったが電卓の使い方が分からず焦った，回収後に断面積の計算ミスに気づいた，有効数字に注意して解けた，参考問題を解いてきたのである程度解けたと思う，2 問目で式の導出から答えを求めることができた:10←今回の小テストは平均 7.9 点･満点 30 名でした．前回に引き続き良い結果だったと思います，この調子で頑張ってください！

・図が多く整理されていたのでわかりやすかった，授業プリントや Web があるので復習がしやすい，今日は授業内容をしっかり理解できた:5

・高校で習ったフックの法則と式や単位が違って驚いた，フックの法則が働くのは微小変形というのを忘れない:3←高校のときは「F=kx」ですよね．

・進行速度は自分に適していた，速度はちょうど良かった:2

・応力計算の時荷重が 2W にならない理由が納得できた:2

・弾性変形のメカニズム（復元力）を知って驚いた

・冷房の温度を少し上げてほしい←確かに今日は気持ち設定温度が低かったかもしれません（いつもは 25℃にしてますが，今日は感覚から 24℃にしていました）．次回からは 25℃で統一します．

・長手方向のひずみが「縦ひずみ」で直径方向のひずみが「横ひずみ」というのが紛らわしい←引張試験は試験片を試験装置の上下方向に固定した上で上下方向に引っ張るので，引っ張った方向（上下方向）＝長手方向＝縦ひずみ，となります．

・小テストの 2 問目の答えを教えてほしい←最後のページで解説しています．

・来るのが直前なので時間にゆとりを持ってテストに向けて準備する←ぜひそうしてください．全員がそういう意識でいてもらえると大変助かります．

●質問

・小テストの際切り離す目的でハサミを机上においてよいか？←もちろん良いです．

・今回の 3.1 の説明で「部材の断面積に対して・・・」というのは「断面」ではないのか？←確かに，日本語的には「断面」のほうが適切ですね．その次に書く応力の定義式のことが頭にあって，つい「断面積」と書いてしまいました．

・木材のようなものが塑性変形するイメージがないがするのだろうか，せずに破壊するのだろうか？←木材も，木の組織（空洞の道管や木繊維）が引き伸ばされることで塑性変形します．

・弾性変形の傾きが大きければ変形しやすいのか？←逆です（傾きが大きい＝弾性変形がしにくい）．

・いまだに 0.100 の頭の 0 を桁数と見てしまうが（＝間違え）この数え方はどの場合でも共通なのか？←この場合の 1 の位の 0 は 100%「意味のない 0」であり，同様の表記の数字において共通です．

・有効数字について，桁数をルール通りに丸める場合と結果を考慮して桁数を増やす場合の違いがわからない←「結果を考慮して桁数を増やす」というやり方はあり得ません．授業でも話したように，有効数字は自ずと決まる（与えられた有効数字と計算法に伴う処理の仕方によって）のであって，意図的に有効数字の桁数を増やすという処理は行ってはいけません．

・円周率は π のまま計算するのか小数に直して計算するのか？←せっかく計算機で多数の桁数をもった π の値がボタンで与えられているのですから，それはそのまま使えばいい（小数に直す必要はない）です．

・なんで垂直応力が σ でせん断応力が τ なのか？←それは私も正直よく知りません．是非ネットで調べてみてください．

・計算するときは与えられた数字の有効数字を保つように g や π などの数字を与えて計算するということ？←その通りです．

・ひずみについて触れたことで高校で学んだ「剛体」は本当に存在するのか疑問に思った←完全な剛体は確かに存在しません（ダイヤモンドでも有限のヤング率を持っているので）が，例えば 2 物体の接触においてヤング率が顕著に違う場合とかだと，計算を簡略化するため高ヤング率の方を近似的に「剛体（＝弾性変形 0）」という条件を与えるときはよくあります．

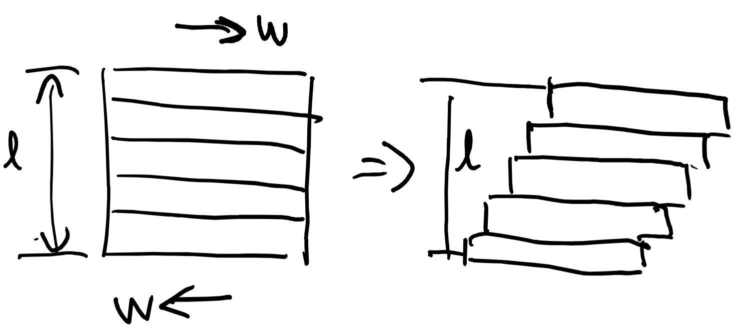
・降伏応力は計算で求まるのかそれとも実験でしか求まらないのか？←もちろん各材料の個別の値ですので，実験でしか求まりません．

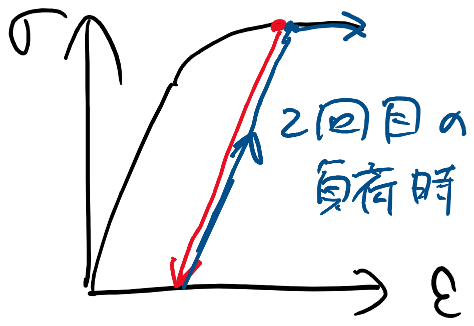
・kgf→N の変換で与えられた有効数字が 2 桁の場合 9.807 を用いるのは過剰か？←多めに与えておけば問題はないです．多少違和感はあるかもしれませんが．

・結局直径を 2 で割った時の有効数字の扱いがわからなかった←ですから，授業で説明したように「2 で割らない（＝有効数字の扱いで悩まなくていい）ように式の方を変形する」ということです．

・せん断応力について l が小さくなるのでは（γ 微小なら無視できる？）←変形の様相が以下の左図のようになりますので，l（高さ）は変化しません．

・σY 以上の範囲で σ を一旦 0 にして，その後力を加えると σ と ε は比例するのか？←いい着想です，以下の右図のように，あなたの予想通り比例します．





3.6　第 2 回小テスト解答

直径 $\boldsymbol{d}$ = 10.0 mm の丸棒を荷重 $\boldsymbol{W}$ = 100.0 N で引っ張る場合(a)と，直径 $\boldsymbol{d}$ = 20.0 mm の丸棒を荷重 $\boldsymbol{W}$ = 200.0 N で引っ張る場合(b)を考える．以下の問いに答えよ．
（計算は全て有効数字を考慮する．部分点あり）

Q. 1　直径 $\boldsymbol{d}$ = 10.0 mm の場合の丸棒の断面積 $\boldsymbol{A}$ [mm^2]を求めよ．［4 点］

A.1　$A=\pi r^2=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{\pi\cdot 10.0^2}{4}$= 78.53...=78.5 mm^2

Q.2　丸棒における負担が大きいのは(a)と(b)のどちらかを答えよ．［6 点］

A.2　直径 $\boldsymbol{d}$ = 20.0 mm の場合　$A=\frac{\pi\cdot 20.0^2}{4}$= 314.15...=314 mm^2

(a)の場合 : $\frac{100.0}{78.5}$ = 1.27 N/mm^2

(b)の場合 : $\frac{200.0}{314}$ = 0.637 N/mm^2　　よって(a)の方が負担が大きい

参考問題

ポアソン比 $\nu = 0.300$, 元の長さ $l_0 = 3.00$ m, 元の直径 $d_0 = 10.00$ mm の丸棒を垂直荷重 $W = 100.0$ N で引張り, 縦ひずみ $\varepsilon = 3.00 \times 10^{-3}$ を生じた.

Q. 1　横ひずみ ε' [-]を求めよ.［4 点］

Q. 2　丸棒の変形後の直径 d [mm]を求めよ.［6 点］