

## 材料評価学 第5回

- 前回： 引張試験における
- ・ くびれ発生時の応力とひずみ
  - ・ 材料の変形挙動のまとめ
  - ・ 材料の破壊



- 今回： 引張試験における
- ・ 理想破壊強度
  - ・ 破壊強度と表面エネルギー
  - ・ 強度を低下させる因子

$$Q.1 \sigma_c = \text{公称応力}$$

## 5. 引張試験 4

### 5.1 理想破壊強度

●結晶レベルでの破壊：

原子結合の切断形態  
により右の2つに大別

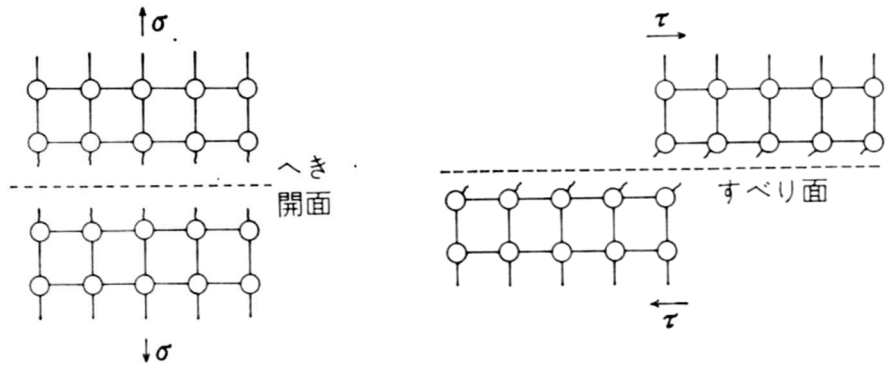


図 5.1 原子結合切断形態

(a) へき開形破壊

(b) せん断形破壊

①理想へき開破壊強度  $\sigma_{th}$ : 微視的せいり生破壊と関連

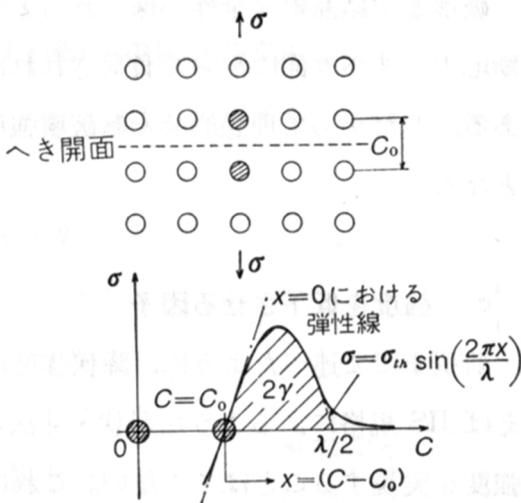


図 5.2 理想へき開破壊強度

●へき開面をはさむ最近接原子間の応力  $\sigma$

→ 原子間の引力と斥力の作用の  
和としてモデル化

・  $\sigma$  と原子間距離の関係 →  $\sin$  関数で近似  
の近似分  $x$

$$\sigma = \sigma_{th} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

$\lambda$ :  $\sin$  関数の 1 周期

・  $x$  微小の範囲: 応力とひずみが線形,  $\left.\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_{x=0} = E$

・  $x$  と  $\varepsilon$  の関係:  $\varepsilon = \frac{x}{C_0} \rightarrow \sigma = \sigma_{th} \sin\frac{2\pi C_0 \varepsilon}{\lambda}$

$$\therefore \left.\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} = \left[\sigma_{th} \cdot \frac{2\pi C_0}{\lambda} \cdot \cos\frac{2\pi C_0 \varepsilon}{\lambda}\right]_{\varepsilon=0} = E$$

$$\sigma_{th} = \frac{E \lambda}{2\pi C_0}, \quad \lambda \doteq C_0 \text{ と考えると}$$

$$\sigma_{th} \doteq \frac{E}{2\pi} \leftarrow 10^9 \text{ Pa (GPa) 程度の}$$

の 1/6 程度の応力

②理想せん断破壊強度  $\tau_{th}$ : 微視的延性破壊と関連

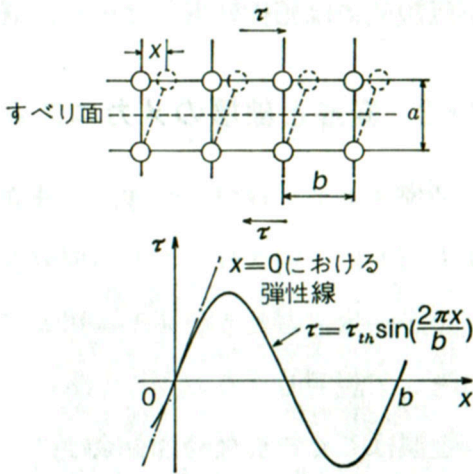


図 5.3 理想せん断破壊強度

- 理想変形強度 (2年時の組織学で説明) のモデルと同一、塑性変形の進行後に破壊に至ることを考える。

$$\rightarrow \tau_{th} = \tau_{max} \text{ (理想変形強度)} \\ \div \frac{9}{2\pi}$$

材料の破壊  
→ 応力のレベルとしては非常に高い

●  $\sigma_{th}$ ,  $\tau_{th}$ とも弾性係数の 1/10 程度

- 実際の破壊強度 (ハキ開・せん断ともに) は、材料に含まれる欠陥 (とそれにより生じる応力集中) により著しく低下する。

●  $\sigma_{th} / \tau_{th}$  比による破壊挙動の相違

- ・  $\sigma_{th} / \tau_{th} \ll 1$  ... ハキ開破壊優先 = せい性固体
- ・ "  $\gg 1$  ... せん断破壊 " = 延性固体
- ・ "  $\div 1$  ... 条件によってせい性 - 延性遷移する。

・ 問い: 結晶構造は上記で示した破壊挙動にどのような影響を及ぼすか?

- ・ fcc: ハキ開破壊はほぼ生じない
- ・ bcc: 「応力集中」や「低温せい性」の影響でハキ開破壊 (= 微視的せい性破壊) が生じる。

5.2 理想へき開破壊強度と表面エネルギー

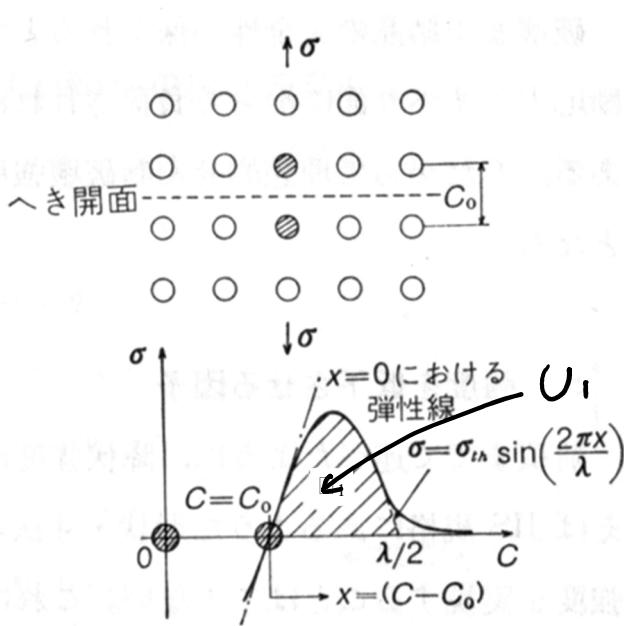


図 5.4 理想へき開破壊強度のモデル

●原子同士が  $\sigma = \sigma_{th} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$  の応力を受ける

・破壊までにこの応力のなす仕事:

→ 左図斜線部全体の面積 (=  $U_1$ ) に等しい.

$$U_1 = \int_0^{\lambda/2} \sigma_{th} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) dx$$

$$= \sigma_{th} \frac{\lambda}{2\pi} \left[-\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\right]_0^{\lambda/2}$$

$$= \frac{\sigma_{th} \lambda}{\pi}$$

●液体や固体の表面には表面張力が生じ、そのエネルギーを表面エネルギーと呼ぶ。

・固体が破壊すると新たな表面が形成されるため、破壊後は表面エネルギーが  $U_2$  だけ増加する。

$U_2 = 2\pi$  ↑: 単位表面積当たりの表面エネルギー

新たな表面(破面)は必ず1対(2面)のため。

●「破壊のためになされた仕事  $U_1$ 」が全て「破壊によって形成された新たな表面の表面エネルギー  $U_2$ 」に変化する、と仮定する。

$$U_1 = U_2$$

$$\frac{\sigma_{th} \lambda}{\pi} = 2\pi$$

$$\frac{\lambda}{\pi} = \frac{2\pi}{\sigma_{th}}$$

→ 前節導出式  $\sigma_{th} = \frac{E\lambda}{2\pi C_0}$  に代入

$$\sigma_{th} = \frac{\pi E}{\sigma_{th} C_0}$$

$$\therefore \sigma_{th} = \sqrt{\frac{\pi E}{C_0}}$$

表面エネルギー  $\pi$  と理想へき開破壊強度  $\sigma_{th}$  との関係式

## 5.3 強度を低下させる因子

## ● 「材料の機械的強度」の意味を再考する

- 「変形しにくい」 → 理想変形強度  
 ↳ 主に塑性変形 ... 単性変形は元素の種類、結合形式によりほぼ決まってしまう
- 理想変形強度を低下させる因子：転位
- 「破壊しにくい」 → 理想へき開 (& せん断) 破壊強度  
 ↳ 原子結合が完全に切断されること。
- 理想破壊強度を低下させる因子：応力集中源 (穴、割れ、等) 欠陥

例題：鉄の理想へき開破壊強度  $\sigma_{th}$  を求め、一般構造用炭素鋼 SS400 の引張り強さ  $\sigma_B$

= 400 MPa =  $4 \times 10^8$  Pa と比較せよ。ここで  $\gamma = 2.0$  J/m<sup>2</sup>,  $E = 200$  GPa,  $C_0 = 2.5 \times 10^{-10}$  m

とする。  $\gamma = 2.0$  J/m<sup>2</sup> =  $2.0$  N/m,  $E = 200$  GPa =  $2 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>

$$\sigma_{th} = \sqrt{\frac{2.0 \times 2.0 \times 10^{11}}{2.5 \times 10^{-10}}} = 4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 = \underline{4 \times 10^{10} \text{ Pa}}$$

$$\sigma_{th} = \underline{4 \times 10^{10} \text{ Pa}}$$

$$\frac{\sigma_{th}}{\sigma_B} = \underline{100 \text{ 倍}}$$

## 5.4 第5回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

### ●意見・感想

- ・小テストが全く解けなかった, 小テスト間違えてしまった, もう少しで完答できそうだったのに悔しい, 去年より小テストが難しくなっていると感じる, 次回は用語の穴埋めなのでしっかり点を取る, いつも少しミスをしてしまう, 図から読み取ることもしっかりしておく, 2年次と比べて計算が複雑, 単位換算でミスがあった, 小テストが全くできていない, 記号と数式だけで覚えておりそれが何を表しているのか理解できていない, 自信を持って解答できた, 授業で言ってることは分かるが問題を解くとすると手が止まってしまう, 計算はしっかりできたが単位がまだすぐに出てこない, 手応えがあったので良かった, 解答欄が小さかった, 解き方が分からず難しかった, 電卓を忘れて解ける問題ができなかった:19←今回の小テストは平均4.0点, 満点0名でした. Q2の正答がほとんどいかなかったのは残念でした, 「 $\sigma_n - \varepsilon_n$  線図におけるくびれ発生時の応力=最大の応力=引張強さ」ということは説明していますが, 理解されていなかったようです.
- ・もう一度復習する, 復習不足だった, 組織学のプリントも使って復習する, 新しい用語や導出が多かったが理解できそうに感じた, 様々な関係式が出てきたのでしっかり見直す, 一度休むだけで復習が何倍もキツくなる, 似ている言葉が増えてきた, 応力について少しまだわからないところがあるので勉強する, 前回までの復習が必要, もう一度家で細かく振り返る必要がある:17←今年の3年生について(去年の組織学の時も思いましたが), 結構授業を休む人が多いな, という印象があります. コメントにもあるように休むと自主的な復習がさらに難しくなりますので, まず「授業は休まない(この科目に限らず)」ということ徹底した方がいいのでは, と思います.
- ・破壊について理解が増えた, 理想的な破壊強度と実際の破壊強度の差の原因を理解できた, 理想へき開破壊強度の計算がきちんとできた, 去年学習したことを思い出しよく理解できた, 破壊についてはなんとなくイメージしやすかった, 最後のまとめが良かった:11
- ・例題でMPaで計算するのかPaで計算するのか迷った,  $\gamma$ と $\lambda$ を見間違えた:2←もちろん, 整合性があっていればMPaでもPaでもいいのですが, 解答例としてはなるべく手間がかからない(=不要な換算をしなくて済む)単位を選んでいきます.
- ・演習量が足りないので演習書を借りる, 5月も頑張る:2←自主的に問題を解いてみるのは大変いいことだと思います!
- ・組織学や評価学の内容を踏まえて実験に活かす:2←ぜひ!
- ・以下一人ずつ:  
材料の機械的強度も転位や応力集中源による影響を考慮しなくてはならない, 原子レベルのミクロな世界から強度を推定しようという発想がすごい, 条件を変えることで破壊挙動が変化する材料があると知り面白いと思った, bccとfccの違いが曖昧になってしまっている
- ・小テストで公称応力と真応力のどちらで解くか悩んでしまい用語や現象が理解しきれないことがわかった←途中で「公称応力で」とアナウンスしたはずですが...
- ・発言できて良かった←今後もお願いします!
- ・授業が高度化してきており講義中に理解できる部分が少なくなってきた←ですので, 大学の授業においては自主学習が必須となります.
- ・疲れがあって眠かったが頑張って起きて聞いていた←まだ若いので多少無理しても大丈夫です!

### ●質問

- ・単位表面積あたりの表面エネルギーをせん断ひずみと同じ $\gamma$ で表すのはなぜか(わかりにくい)←私も同感ですが, この辺は慣例的に決まっているようです.

## 5.5 第4回小テスト解答

元の直径  $d_0 = 10.0$  mm, 元の長さ  $l_0 = 100.0$  mm の丸棒に対して引張試験を行い, 以下に示す荷重-伸び線図を得た.

- Q.1 くびれ発生時の応力を求めよ. [2点]  
 Q.2 Q.1の応力を何と呼ぶか答えよ. [2点]  
 Q.3 加工硬化指数  $n$  を求めよ. [6点]

A.1 くびれは公称応力-公称ひずみ線図における最大応力時に発生する. よって下図より最大荷重値を読み取り, その値から最大応力を求める.

$$\therefore \sigma = \frac{30721}{\pi \times 10.0^2 / 4} = 391.15 \dots \text{ N/mm}^2 = 391 \text{ MPa}$$

A.2 公称応力-公称ひずみ線図における最大応力: 「引張強さ,  $\sigma_B$ 」

A.3 前回授業において導出した, 「くびれ発生時 (= 引張強さ  $\sigma_B$  時) の真ひずみ  $\epsilon_n$  と加工硬化指数  $n$  が一致する」という関係を用いる.

下図より, くびれ発生時 (= 引張強さ  $\sigma_B$  時) の伸び  $\lambda = 2.00$  mm

その時の公称ひずみ  $\epsilon_n = 2.00 / 100.0 = 0.0200$  [-]

$$\therefore \text{くびれ発生時の真ひずみ } \epsilon_t = \ln(\epsilon_n + 1) = \ln(0.0200 + 1) = 0.0198 = n$$

