材料評価学　第２回

前回：　・応力とひずみに関する復習
　　　　・引張試験（予告）

今回：　引張試験における
　　　　・応力―ひずみ線図
　　　　・公称応力と真応力
　　　　・公称ひずみと真ひずみ
　　　　・真ひずみの意義

2. 引張試験１

2.1 応力－ひずみ線図:

引張試験によって得られた荷重データを応力に、伸びデータをひずみに換算してプロットしたもの。

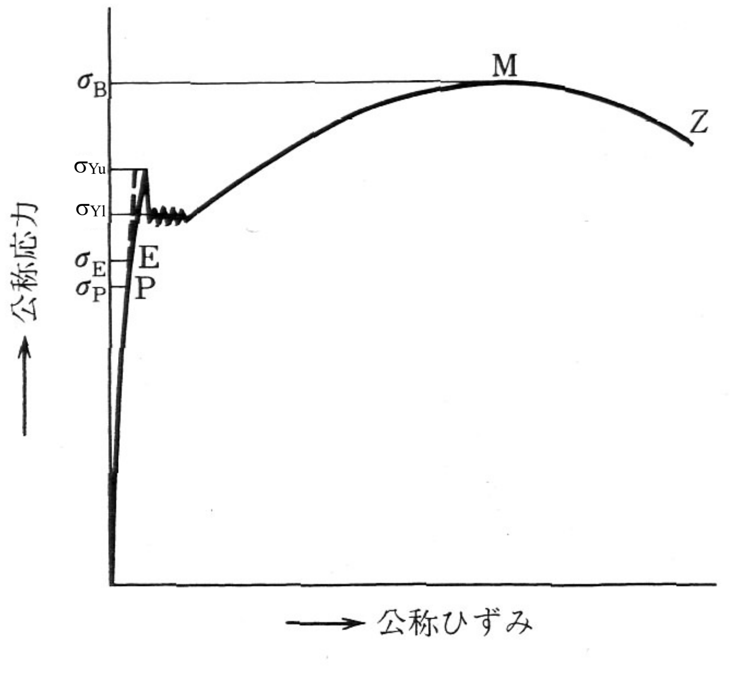

図 2.1 軟鋼の応力ーひずみ線図

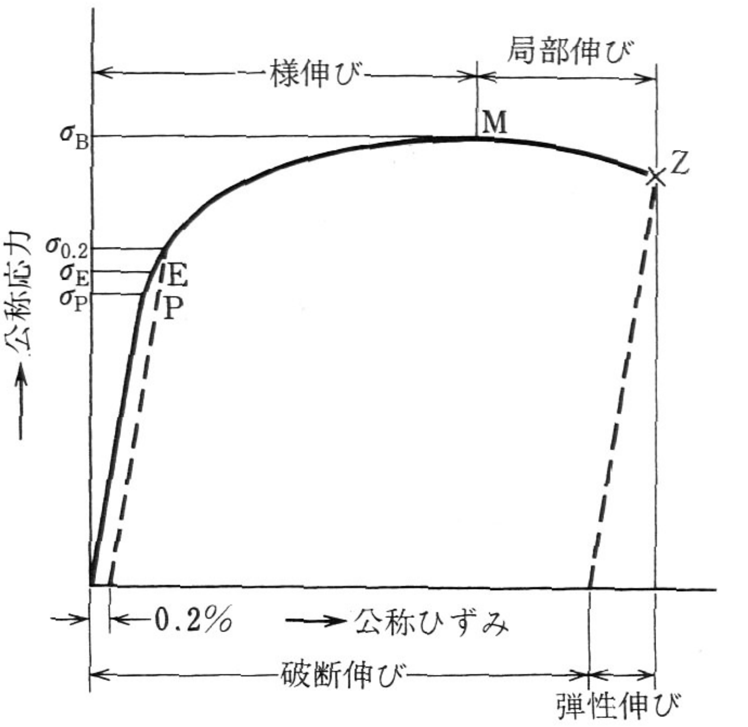

図 2.2 アルミ合金の応力ーひずみ線図

- 比例限度 σ_P: 応力とひずみが線形である上限
- 弾性限度 σ_E: 弾性変形の上限（非線形弾性挙動を含む）
- 降伏点（上降伏点および下降伏点）σ_Y（σ_{Yu} および σ_{Yl}）: 顕著な塑性変形の開始
- 耐力 $\sigma_{0.2}$: 降伏点の代わりの指標
- 引張強さ σ_B: 材料が示す最高の応力
- 破断伸び δ: $\dfrac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100$, l_1: 破断後の長さ
- 絞り ϕ: $\dfrac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100$, A_1: 破断後の最小断面積

2.2 公称応力と真応力

●垂直応力の定義：

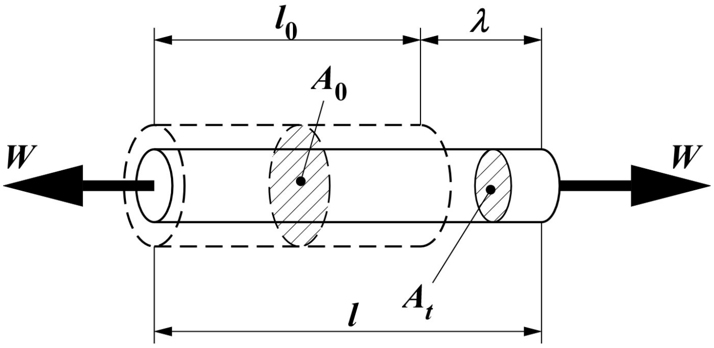

図 2.3 垂直応力を受ける丸棒

・垂直応力が作用する→ 断面は縮小する。

・縮小した断面積 $A_t < A_0$ のため，σは「縮小した時点での実際の応力」ではない

●公称応力： $\sigma_n = \dfrac{W}{A_0}$　　**●真応力：** $\sigma_t = \dfrac{W}{A_t}$

・A_tは変形進行に伴い変化する…どう測定するか？

・問い：引張試験中の断面積を正確に測定するにはどうすればいいか？

・体積変化なしを仮定 → 横方向の寸法のみ測って計算．

●At を用いない真応力算出式

・仮定：体積変化なし，かつ均一な変形

$$A_0 l_0 = A_t l \rightarrow A_t = A_0 \frac{l_0}{l}$$

・縦ひずみの定義：$\varepsilon = \dfrac{l}{l_0} - 1 \rightarrow \dfrac{l}{l_0} = \varepsilon + 1$

真応力の式に代入

$$\sigma_t = \frac{W}{A_t} = \frac{W}{A_0 \frac{1}{\varepsilon+1}} = \sigma_n(\varepsilon+1)$$

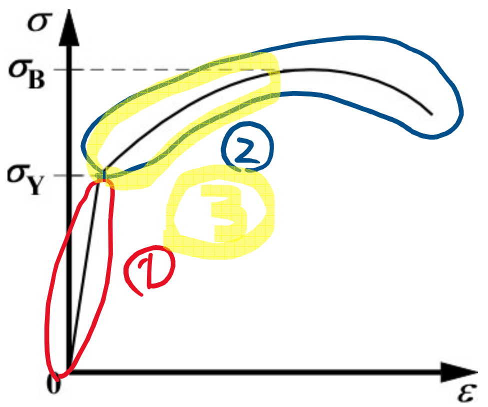

図 2.4　応力−ひずみ線図の各領域

領域①
・~~注1~~:　弾性変形領域（ε微小）

$\rightarrow \sigma_n \fallingdotseq \sigma_t$

領域②
・~~注2~~:　塑性変形領域
$\rightarrow$ 体積変化なし

領域③　σ_Y 以上，σ_B 以下
・~~注3~~:　$\rightarrow$ 均一な塑性変形進行
上記算出式が適用可能

2.3　公称ひずみと真ひずみ

●垂直ひずみ（縦ひずみ）の定義： $\varepsilon = \dfrac{伸びた長さ\, l - l_0}{元の長さ\, l_0} = \dfrac{伸び\, \lambda}{l_0}$

・伸びている瞬間の「元の長さ l_0」と「長さ l」は刻々変化する

・引張を受ける材料（その瞬間の長さ l，微小伸び dl）における微小ひずみ：$d\varepsilon = \dfrac{dl}{l}$ より，伸びている瞬間のひずみを求める．

●真ひずみ： $\varepsilon_t = \displaystyle\int_{l_0}^{l} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \iff \varepsilon_n = \frac{\lambda}{l_0}$

公称ひずみ

（ ln，loge，log：自然対数
$\Updownarrow$
log10，常用対数とは異なる！ ）

●公称ひずみを用いた真ひずみ算出式

$$\varepsilon_n = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 \rightarrow \frac{l}{l_0} = \varepsilon_n + 1$$

$$\therefore \varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1)$$

●**応力の記号修正**　・ $\sigma_n = \dfrac{W}{A_0}$　・ $\sigma_t = \dfrac{W}{A_t}$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ 〃 $= \sigma_n(\varepsilon_n + 1)$

・ 例題：垂直荷重 $\boldsymbol{W}$ = 10.0 [kgf]，元の直径 $\boldsymbol{d}_{\mathbf{0}}$ = 10.0 [mm]，元の長さ $\boldsymbol{l}_{\mathbf{0}}$ = 100.0 [mm]，伸びλ = 1.00 [mm]で塑性変形が均一に生じているとき，真応力 $\sigma_{\mathbf{t}}$ [MPa]および真ひずみ $\varepsilon_{\mathbf{t}}$ [-]を求めよ.

$W = 10.0\,\mathrm{kgf} = 10.0 \times 9.807\,\mathrm{N}$

$\sigma_n = \dfrac{W}{A_0} = \dfrac{4W}{\pi d_0^2}$

$\varepsilon_n = \dfrac{\lambda}{l_0} = \dfrac{1.00}{100.0} = 1.00 \times 10^{-2}$

$\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1)$

$= 9.950\cdots \times 10^{-3}$

$= 9.95 \times 10^{-3}$

$\sigma_t = \sigma_n(\varepsilon_n + 1) = \dfrac{4W}{\pi d_0^2}(1.00 \times 10^{-2} + 1)$

$= 1.26 \times \cdots\ \mathrm{N/mm^2}$

$= 1.26\ \mathrm{MPa}$

2.4　真ひずみの意義

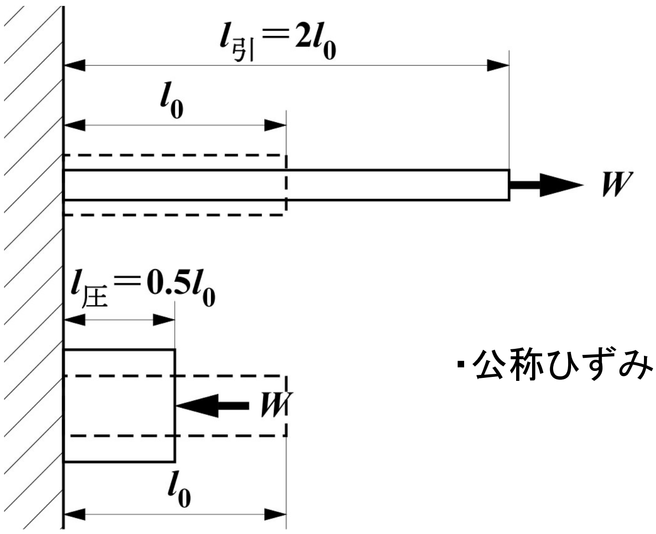

図 2.5　引張と圧縮

・2 本の棒に対して，

(a)　引張で 2 倍の長さに変形：$l = 2l_0$

(b)　圧縮で 1/2 の長さに変形：$l = 0.5l_0$

・公称ひずみ：　$\varepsilon_{\mathbf{n}}(\mathrm{a}) = \dfrac{2l_0 - l_0}{l_0} = 1$

$\varepsilon_{\mathbf{n}}(\mathrm{b}) = \dfrac{0.5l_0 - l_0}{l_0} = -0.5$

●材料に対する負荷としては等価→ 引張と圧縮では公称ひずみが一致しない.

・真ひずみ：

$$\varepsilon_t(a) = \ln\frac{2l_0}{l_0} = \ln 2 = 0.693$$

$$\varepsilon_t(b) = \ln\frac{0.5l_0}{l_0} = \ln 0.5 = -0.693$$

● 真ひずみでは引張と圧縮が一致する

→ ひずみのより正確な記述

2.5 応力とひずみのまとめ

	荷重形式	基準	呼称・記号	定義式
応力 （強度を評価する尺度）	垂直	元の断面積A_0	公称（垂直）応力σ_n ［引張／圧縮］	$\sigma_n = \frac{W}{A_0}$
		変形中の瞬間の断面積A_t	真（垂直）応力σ_t ［引張／圧縮］	$\sigma_t = \frac{W}{A_t}$ $\sigma_t = \sigma_n(\varepsilon_n + 1)$（くびれ発生前）
	せん断	$A = A_0 = A_t$ （変化無し）	せん断応力τ	$\tau = \frac{W}{A}$

	荷重形式	変形方向	基準	呼称・記号	定義式
ひずみ （変形を評価する尺度）	垂直	縦 （長さ方向）	元の長さl_0	公称（縦垂直）ひずみε_n ［引張／圧縮］	$\varepsilon_n = \frac{\lambda}{l_0}$
			変形中の瞬間の長さl	真（縦垂直）ひずみε_t ［引張／圧縮］	$\varepsilon_t = \int_{l_0}^{l}\frac{dl}{l}$ $\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1)$（くびれ発生前）
		横 （直径方向）	元の直径d_0	横（公称垂直）ひずみε' ［引張／圧縮］	$\varepsilon' = \frac{d - d_0}{d_0}$
			変形中の瞬間の直径d	通常は扱わない （ε_tとの差が微小なため）	
	せん断		$l = l_0$ （変化無し）	せん断ひずみγ	$\gamma = \frac{\lambda_S}{l}$

注：呼称における括弧内は通常省略する.

2.6 第 2 回講義に関する意見･感想･質問のまとめ

●意見・感想

･例題で単位が kgf に気付かなかった，ヤング率の単位を忘れてしまった，直径を半径と勘違いして計算してしまった，単位換算が忘れ気味だった，小テストの有効数字の表記の仕方が間違えて悔しかった，kgf の扱い方を忘れていた，読み取りがうまくできなかった，小テストで単位を MPa→Pa に直すのが迷った，ヤング率をちゃんと分かっていなかった，ヤング率の定義を理解していなかった，例題の時はじめ常用対数で計算してしまった，電卓の使い方にまだ慣れていない：18←

･似た記号や概念が多くなってきたので確実に記憶する，有効数字や単位の処理の仕方が曖昧なので確認する，真ひずみや公称ひずみについてよく復習する，各項目のつながりや違いをしっかり理解することが重要，単位換算や公式の導出を覚えるのではなくできるように学習する，真ひずみと公称ひずみを混同しない，σt と εt を求める問題は次回出そうなので解けるように復習する，全体的に復習する，応力の式の変形がややこしくて大変だったので復習する：17

･真ひずみの重要性を感じた，ひずみについての理解が深まった，真応力や真ひずみを理解できた，公称応力と真応力が分かった，真ひずみの方が物理現象を正確に記述できる：10

･まとめがあると助かる，復習も含まれた授業で理解しやすく助かる，1 回目の復習のおかげで理解できた，記号や式の変形などわかりやすかった：6

･自然対数が扱えるようになると便利，自然対数を小数に変換するのがちょっと難しい：2

･以下一人ずつ

真ひずみや真応力の算出式に条件があることに注意する，思っていた値よりも大きかったり小さかったりすると緊張する，比例限度と弾性限度の意味を理解した，弾性変形や塑性変形を忘れていた，

小テストの復習がしたいので返却してほしい←？自身の解答は覚えていますよね？解答例は web で公開していますし，わざわざ小テスト自体を返却する必要性を感じません（そもそも，非常に手間と時間がかかります）．

引張試験中の断面積の測り方について周りの人と話し合えてよかった←もっと活発に話し合ってくれればもっと良いのにな，と思って聞いていました．

天気が良く気持ちよく 1 限を迎えた←その通りですね！

引張試験中の断面積を測る方法として，試験片にトレーを設置して少量の水で浸して，変化したトレー内の水位（かさ）から断面積を図る方法を考えた←せっかくこうやって考えてくれたことがあるなら，できれば発言してほしいですね．

･遅刻してもテスト時間内ならテストを受けられることを知った（朝早起きする）←「遅刻したら小テストを受けられない」と行ったことは 1 回もありません（ガイダンスでもそんな説明はしていないはずですが）．ただ，遅刻することで試験時間を自ら短縮する行為は愚かだな，とは思いますが．

･小テストが思っていたものと違っていて解けなかった←どんな問題を想定していたのか，それとも過去問（があるのかどうかも知りませんが）でも見たんですか？

●質問

･ln 自然対数はどういった対数を表すのか？何と読むのか？←「ナチュラルログ」です．数学で習っているはずですが，ネイピア数（e）を底に取る対数です．

･有効数字ミスは何点減点されるのか？←1～2 点です

･kgf→MPa に直すとき重力加速度を 9.81m/s2 で取ったがそれでよいのか？←これを質問するということは有効数字の理解が足りない，ということです．重力加速度（をはじめとする物理定数）も測定値と同様に有

効数字として扱う，よって式中に代入する物理定数は測定値と同桁，もしくは 1 桁大きい桁の値を用いるべき，と去年散々説明したはずです．今回は 3 or 4 桁で OK です．

・真ひずみの意義がいまいちわからなかった←授業で話したことが全てですが・・・「等価な変形を正確に数値として表現できる」ということです．

・耐力の 0.2%は何を意味するのか？←次回ちゃんと説明します．

2.6 第 1 回小テスト解答

Q.1　下図の応力−ひずみ線図よりヤング率 ***E*** を求めよ.［10 点］

A.1　ヤング率：弾性変形領域における応力とひずみの比例係数，$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon}$

∴ 300.0 / 0.00250 = 1.20×10^5 MPa = 1.20×10^2 GPa

↑ 有効数字の観点から，どのように表記するのが正しいか？
1.20×10^2 GPa ≠ 120 GPa （後者は減点）

同時に 400.0 や 500.0 で計算しているケースは 0 点（ヤング率の意味を理解していない）