

## 材料評価学 第 15 回

- 前回 : 材料力学の「はりの曲げ」の問題における
- ・ はりの曲げ応力
  - ・ 断面二次モーメントと断面係数



- 今回 : 材料力学の「はりの曲げ」の問題における
- ・ 有限要素法 (FEM) 解析
  - ・ 解析結果に影響を及ぼす因子
  - ・ FEM 解析の具体的適用例

## 15. はり（梁）の曲げ 5

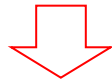
### 15.1 有限要素法によるはりの曲げの近似解法

#### ●有限要素法（Finite Element Method, FEM）とは？

→実際には複雑な形状を持つ物体を、単純な形状の小部分（要素）に分割し、1つ1つの要素の特性を数学的な方程式を用いて近似的に表現した後、この単純な方程式を組み合わせ、全ての方程式が成り立つ解を求める事で全体の挙動を予測するもの。



図 15.1 FEM 解析モデルの例



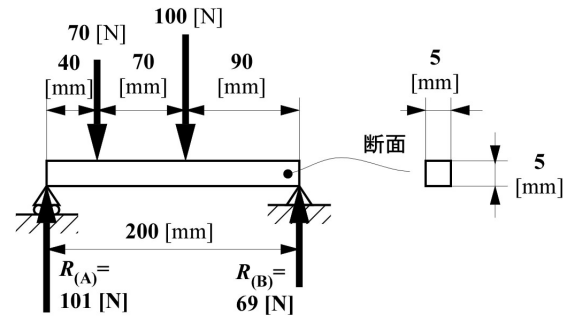
・複雑形状： はりの曲げのような理論解が求められないため、数値解析による近似解を求める。

#### ●FEM 解析のステップ（使用ソフト：LISA 8.0 の場合）

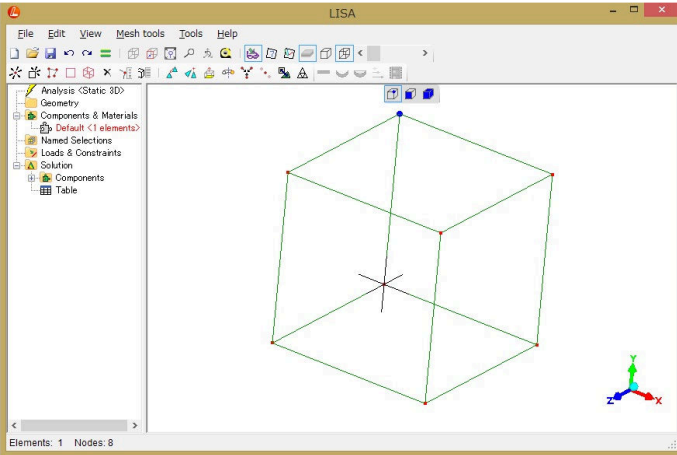
- ① 解析モデルの作成（形状入力・要素種類設定・要素分割）
- ② 物性値設定
- ③ 荷重条件（集中荷重 or 分布荷重，等）の設定
- ④ 境界条件（支持形式・対称軸，等）の設定
- ⑤ 作成したモデルのチェック
- ⑥ 解析実行・結果出力
- ⑦ 結果の妥当性検討

## 15.2 FEM解析の実施

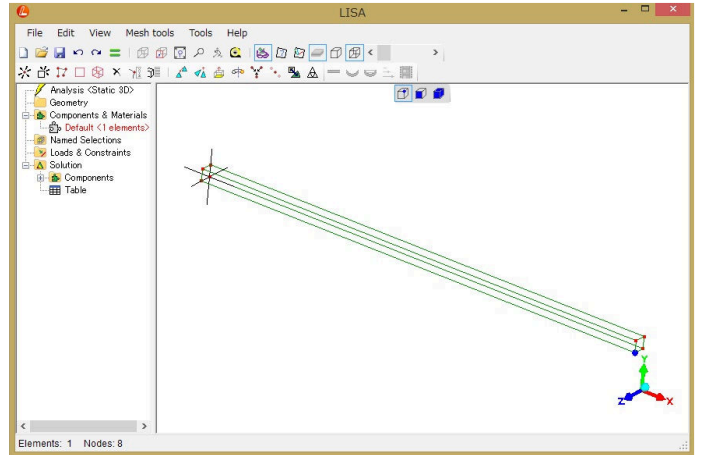
- **モデル**：先週最後の例題で示した，集中荷重（2箇所）を受ける両端支持はり



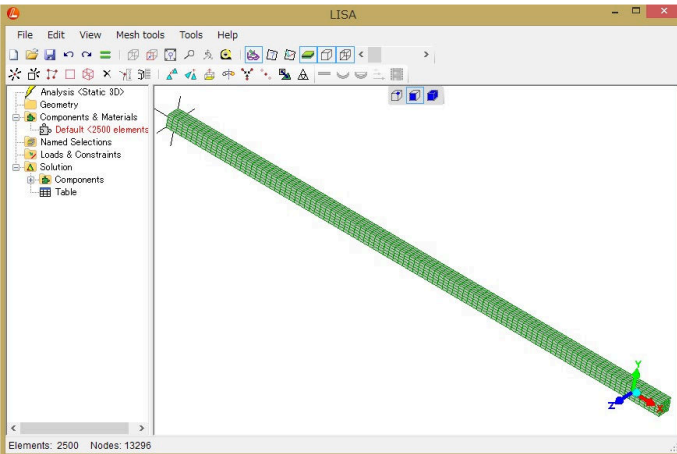
### ①-1 立方体モデル生成



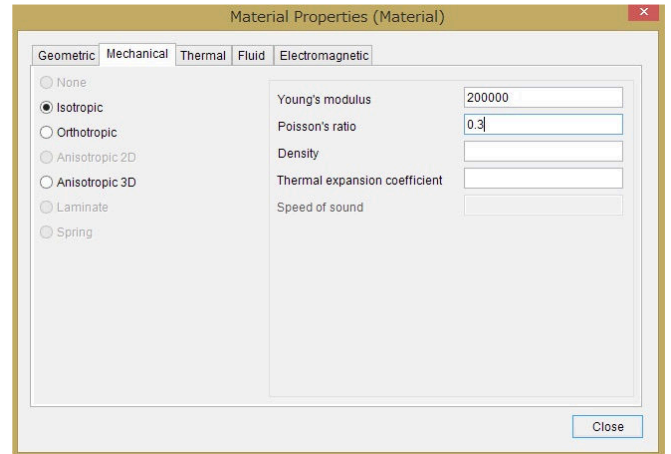
### ①-2 各節点座標修正, 要素種類設定



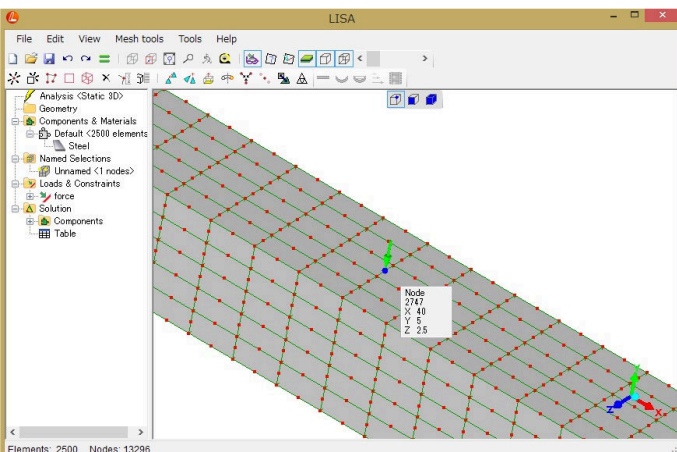
### ①-3 要素分割(x方向:200, y・z方向:5)



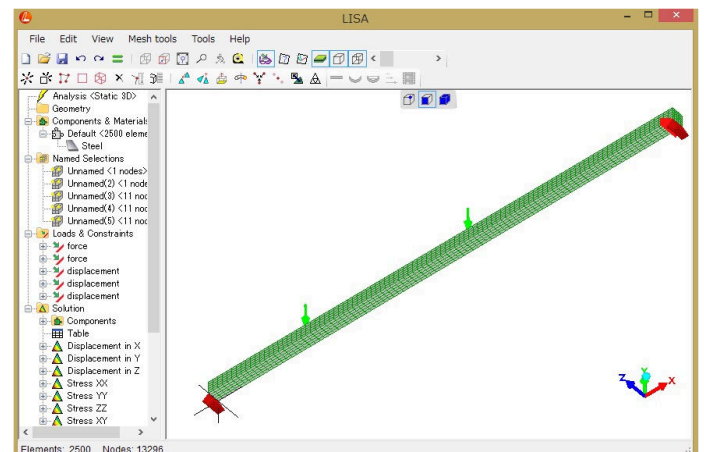
### ② 物性値設定(ヤング率 & ポアソン比)



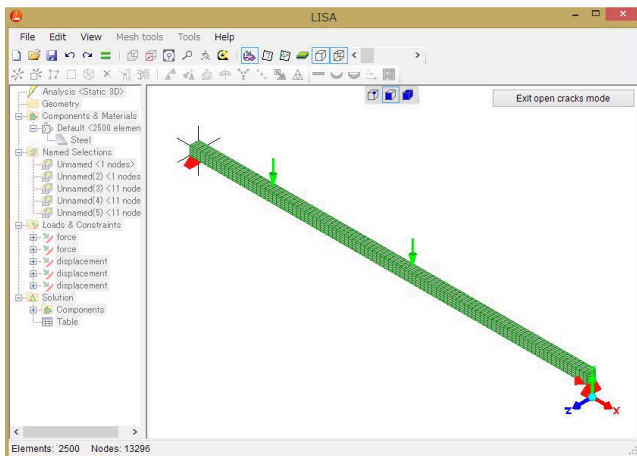
### ③ 荷重設定(x = 40 mm の位置に -40 N)



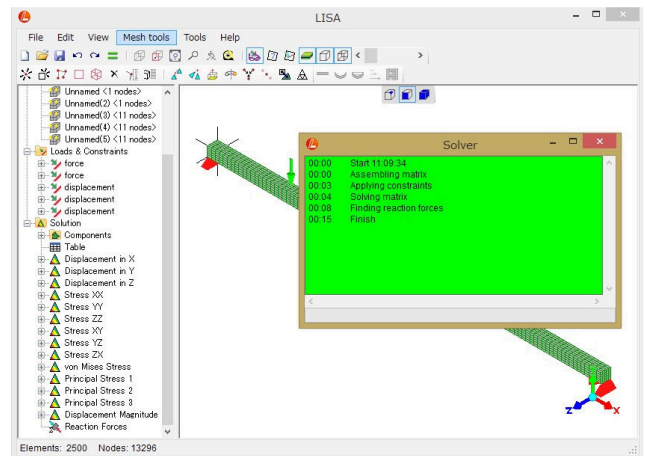
### ④ 荷重条件および境界条件設定完了



⑤ 節点同士の結合を確認



⑥ 解析実行・完了



⑦ 結果の妥当性検討

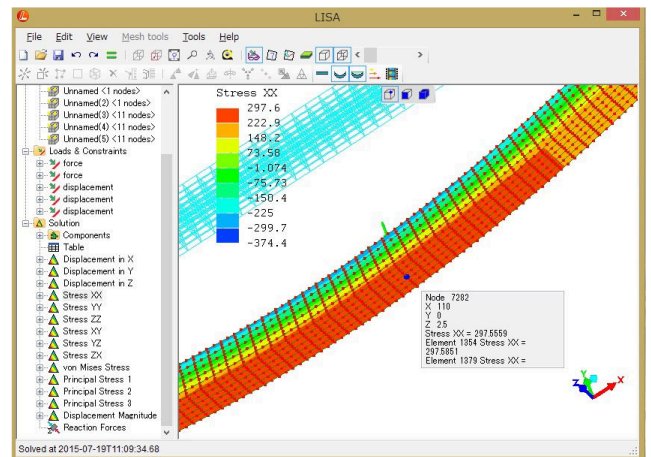
・理論解:  $x = 110 \text{ mm}$  の位置で

$$\sigma_{max} = 298.08 \text{ MPa}$$

・近似解 (FEM 解析結果): 同位置で

$$\sigma_{xx} = 297.57 \text{ MPa}$$

→ 誤差率:  $-0.17\%$



15.3 FEM 解析結果に影響を及ぼす因子

- 1) 要素の種類: モデルが受ける応力状態や構造に適した要素を選択する必要有り
- 2) 要素分割: 要素数・節点数の増大 = 一般的に精度の向上につながるが、解析時間の延長およびハードウェアのスペックも要求される
  - 応力が高くなる予想される位置は分割を密に取る。
  - 対称性を利用してモデルを単純化する。
- 3) 要素の形状: アスペクト比 (縦横比) が高いと要素内での近似解の精度が低下する
- 4) 大変形問題: 変形量が大きくなりやすいモデル (片持ちはり等) で精度が低下しやすい

## 15.4 FEM 解析の具体的適用例

### ●L 字フックにおける応力集中



モデル化

- ・壁面との固定部: XYZ 変位拘束
- ・荷重: 下向きに 40 N
- ・材質: 鋼 ( $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ )

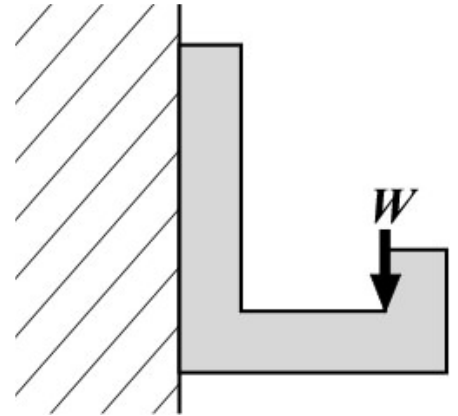
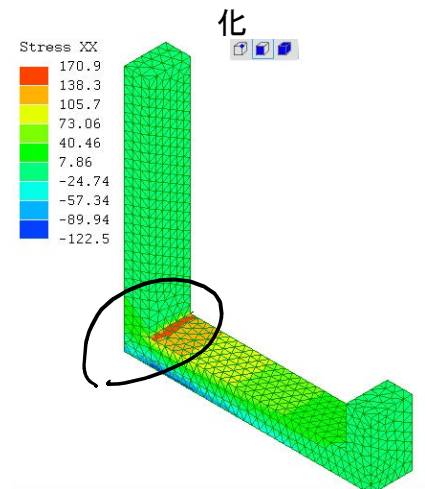
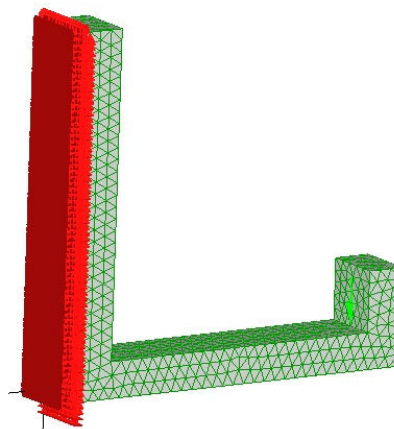


図 15.2 L 字フックの FEM モデル

### ○ モデル 1

- ・形状: 固定部に対して直角をなすフック部

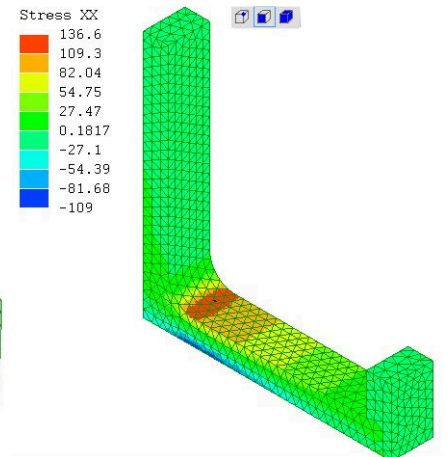
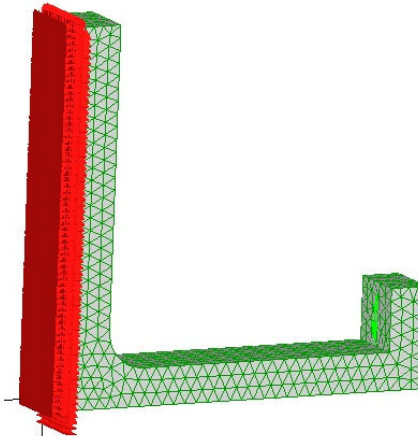
- ・解析結果: 直角部において局所的に高い応力,  
 $\sigma_{xx} = 170.9 \text{ MPa}$



### ○ モデル 2

- ・形状: 直角形状を曲線形状に変更

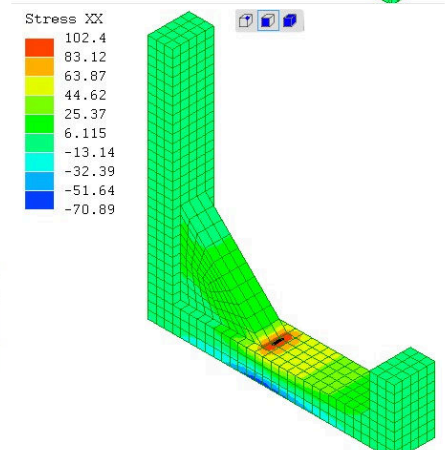
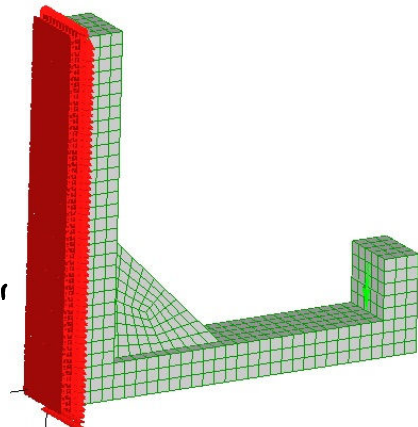
- ・解析結果: 応力集中の度合い低減,  
 $\sigma_{xx} = 136.6 \text{ MPa}$



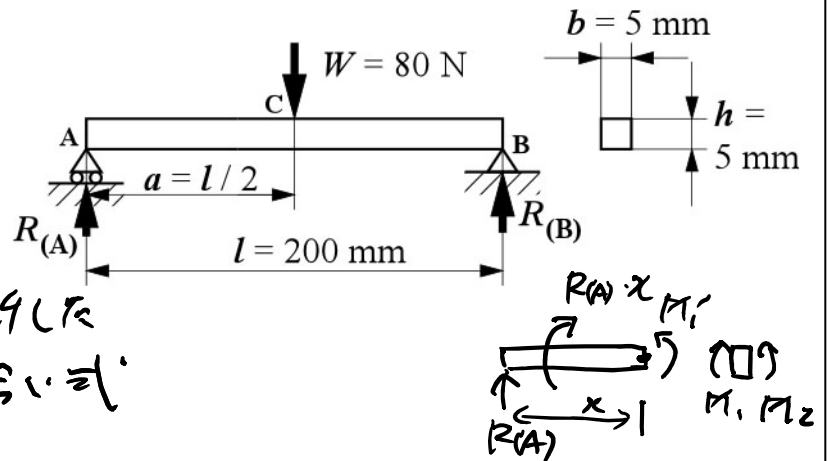
### ○ モデル 3

- ・形状: 固定部とフック部をリブ形状で補強

- ・解析結果: 応力がさらに低減,  
 $\sigma_{xx} = 102.4 \text{ MPa}$



- ・ 例題: 以下の集中荷重を受ける両端支持はりに生じる最大曲げ応力  $\sigma_{max}$  を求め、解析結果と比較せよ。



$$\cdot R(A) = R(B) = \frac{W}{2} = 40 \text{ N}$$

- ・ Wより左側の任意点  
AC間で仮想的に切断した場合のモーメントのつり合い式

$$-R(A) \cdot x + M_1' = 0$$

$$M_1' = R(A) \cdot x = \frac{W}{2} x = 40x$$

- ・ dxの左端Pの向きより 符号: (+)

$$\therefore M = 40x \text{ N} \cdot \text{mm}$$

CD間:

$$M_1 = 40(200 - x) \text{ N} \cdot \text{mm}$$

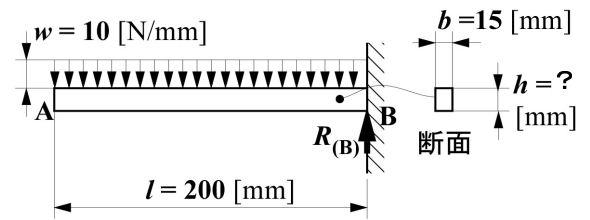
・  $|M_{max}|$  は  $x = \frac{l}{2}$  の位置 :  $|M_{max}| = 40 \cdot 100 = 4000 \text{ N} \cdot \text{mm}$   
 $= 100 \text{ mm}$

$$\cdot Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{125}{6} \text{ mm}^3$$

$$\therefore \sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{Z} = \frac{4000}{125} \times 6 = 192 \text{ N/mm}^2 = 192 \text{ MPa}$$

## 15.6 第 14 回小テスト解答

- Q.1 右図のような分布荷重を受ける片持ちはりにおいて、曲げモーメントの分布式は  $M = -5x^2$  [N・mm] となる事が分かっている。この材料の降伏応力が  $\sigma_Y = 127$  MPa である場合、発生する曲げ応力  $\sigma_{\max}$  が降伏応力を超えないようにするためには、はりの高さ  $h$  を何 mm にすれば良いか求めよ。



( $b = 15$  mm は固定, この計算において有効桁数は特に考慮しない)

- A.1 ・降伏応力を超えないようにするための条件  $\sigma_Y > \sigma_{\max}$

$$127 > \frac{|M_{\max}|}{z} \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

- ・曲げモーメントの最大値  $M_{\max} = M_{(x=200\text{mm})} = -200000 \text{ N}\cdot\text{mm}$

- ・断面係数  $z = \frac{bh^2}{6} = \frac{15h^2}{6} \text{ mm}^3$

$$\therefore 127 > \frac{|-200000|}{\frac{15h^2}{6}}$$

$$h^2 > \frac{200000 \cdot 6}{15 \cdot 127}$$

$$h > \sqrt{\frac{200000 \cdot 6}{15 \cdot 127}} = 25.098 \dots \text{ mm}$$

$h$  を 25.1 mm 以上にすれば良い.

注: やはり丸暗記だけで理屈がちゃんと理解されていないような解答が散見されました。

上記の 3 つのポイントが正しく示されていない, また解答が正しくない場合は減点としました。

今回の小テストは平均 7.3 点, 満点 21 名でした。