

材料評価学 第13回

- 前回： 材料力学の「はりの曲げ」の問題における
- ・せん断力分布の算出
 - ・曲げモーメント分布の算出



- 今回： 材料力学の「はりの曲げ」の問題における
- ・はりの形式
 - ・せん断力線図・曲げモーメント線図
 - ・異なる形式のはり

13. はり（梁）の曲げ3

13.1 はりの形式

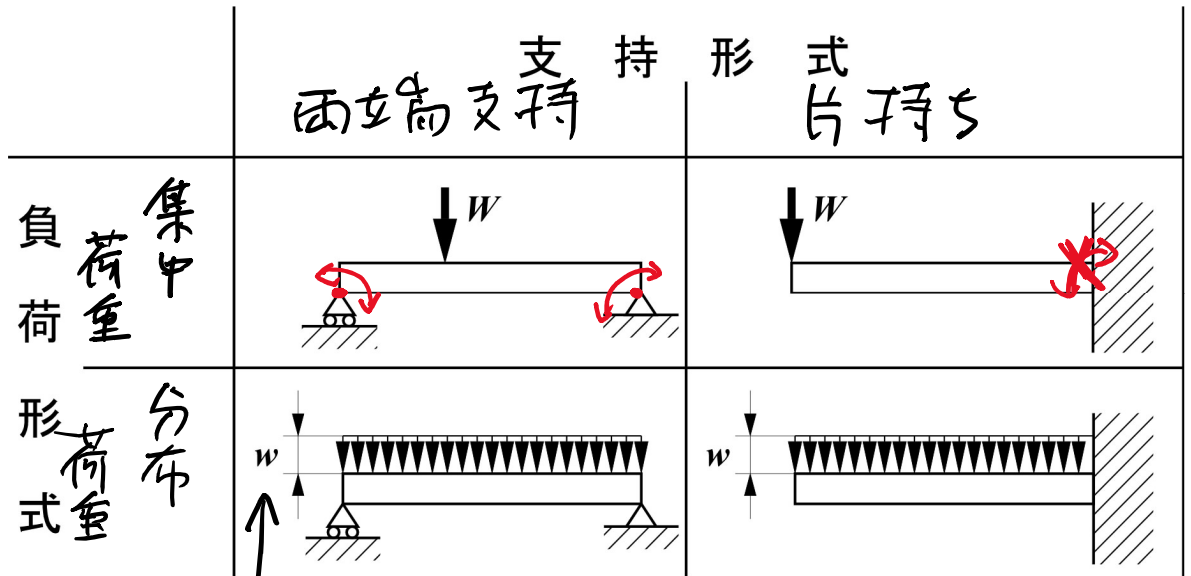


図 13.1 主なはりの形式
単位長さあたりの荷重

問い: はりの支持形式の違いによって、はりが受ける作用はどのように変化するか？

	水平移動可	回転可	垂直方向反力	水平方向反力	壁からはりへのモーメント
移動支持	○	○	生じる	生じない	生じない
回転支持	×	○	〃	一端が△で取付けは生じない	〃
固定支持	×	×	〃	生じない	生じる

13.2 せん断力線図および曲げモーメント線図の作成

- 求めたせん断力および曲げモーメントの分布式をグラフ化する。

せん断力分布

曲げモーメント分布

・ $0 \leq x \leq a$ (AC間): $F = + \frac{b}{l} w$

$M = + \frac{b}{l} w x$

・ $a \leq x \leq l$ (CB間): $F = - \frac{a}{l} w$

$M = + \frac{a}{l} w (l - x)$

- 数値の問題の際、自由に単位をつける。

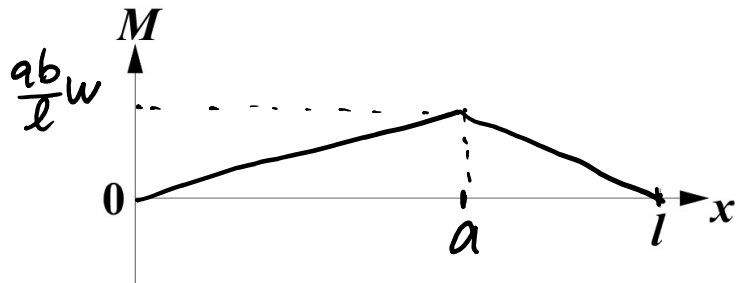
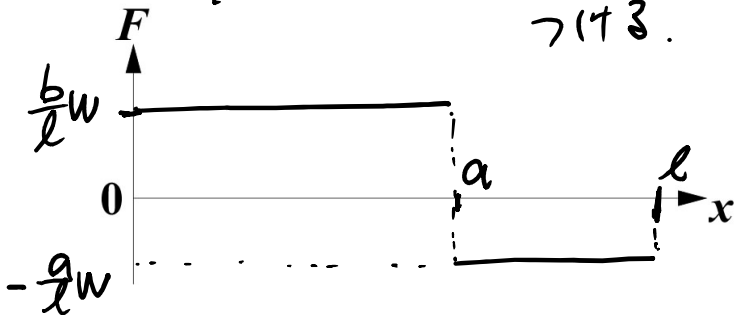
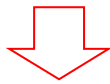


図 13.2 S.F.D.およびB.M.D.

13.2 自由端に集中荷重を受ける片持ちはり

① 支持反力の算出

・ 力のつり合い式: $W - R(B) = 0$
 $R(B) = W$

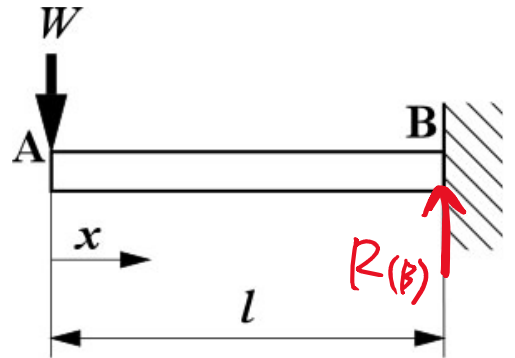


図 13.3 集中荷重を受ける片持ちはり 1

② せん断力分布の算出

・ 力のつり合い式: $W - F_1' = 0$
 $F_1' = W$

・ せん断力の符号: (-)

$F = -W$

… F ははり全体にわたり一定

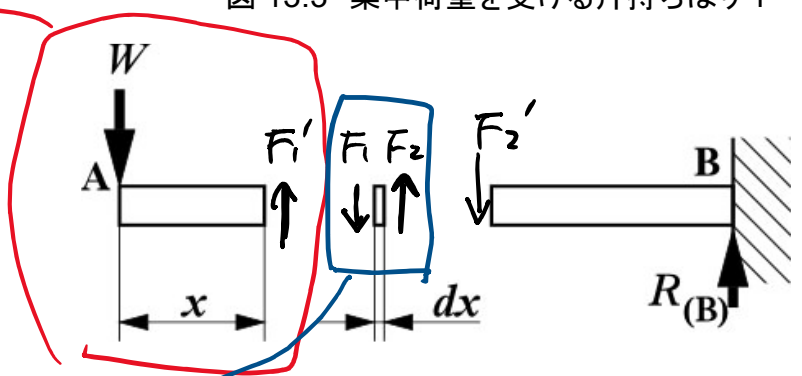


図 13.4 集中荷重を受ける片持ちはり 2

③ 曲げモーメント分布の算出

・ 例題: AB間の曲げモーメントを求めよ.

・ モーメントのつり合い式

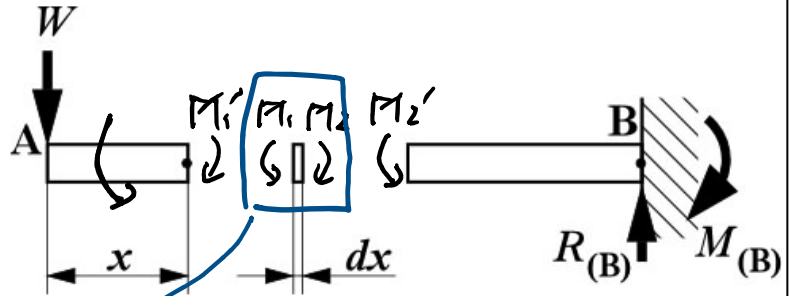
(回転中心: x の位置):

$$Wx - M_1' = 0$$

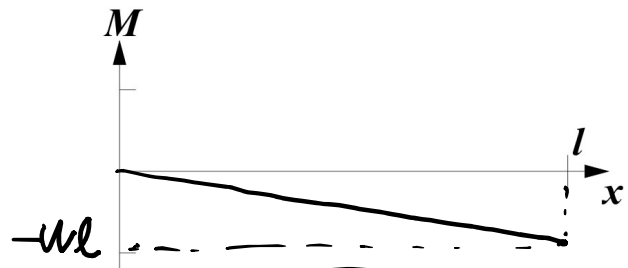
$$M_1' = Wx$$

・ 曲げモーメントの符号: (-)

$$\therefore M = -Wx \quad \dots \quad M \text{は } x \text{ に対して線形}$$



● SFD, BMDの作成

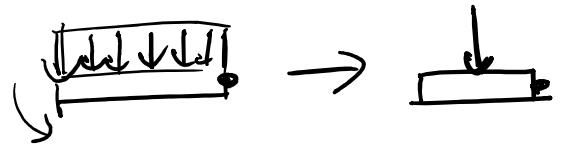


(S.F.D) Share Force (B.M.D) Bending Moment

図 13.5 集中荷重を受ける片持ちはり S.F.D.および B.M.D

13.3 分布荷重を受ける両端支持はり

● 分布荷重の考え方: モーメントを厳密に求めるのかわりに



分布荷重を「仮想的な集中荷重」として扱う

① 支持反力の算出

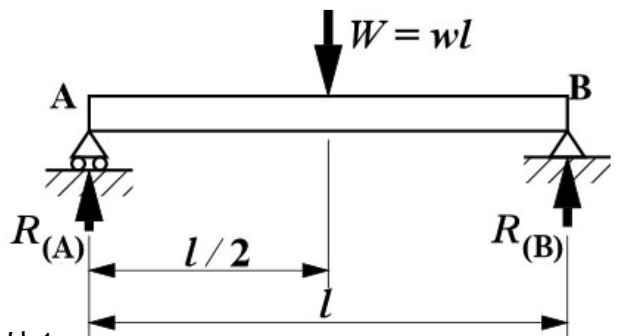
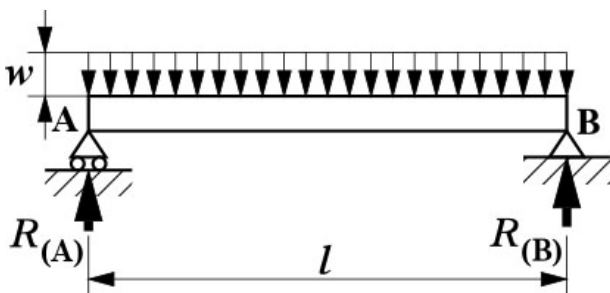


図 13.6 分布荷重を受ける両端支持はり 1

・力のつり合い式: $W - R(A) - R(B) = 0, R(A) = R(B)$

$\therefore R(A) = R(B) = \frac{W}{2} = \frac{wl}{2}$

②せん断力分布の算出

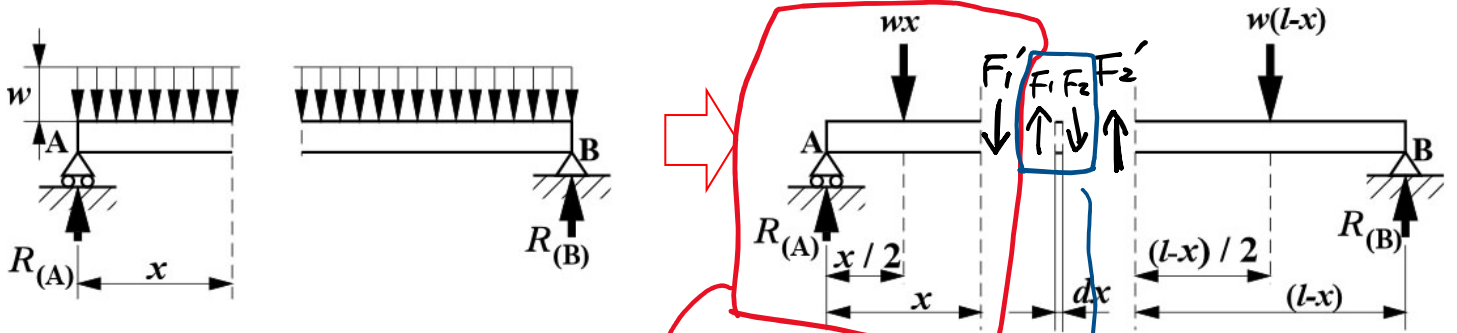


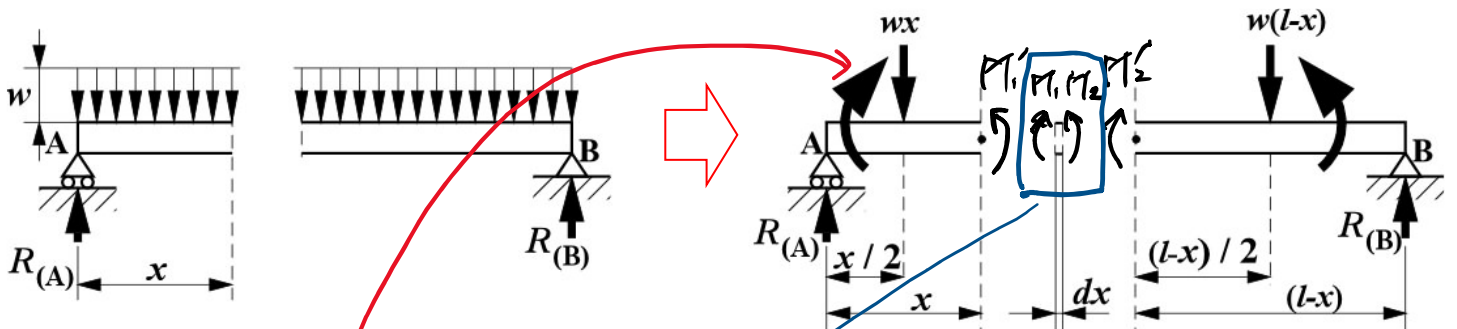
図 13.7 分布荷重を受ける両端支持はり2

・力のつり合い式: $-R(A) + wx + F_1' = 0$
 $F_1' = \frac{wl}{2} - wx = \frac{w}{2}(l - 2x)$

・せん断力の符号: (+) $\therefore F = \frac{w}{2}(l - 2x)$
 ... Fはxに対して降線

③曲げモーメント分布の算出

・例題: x までの曲げモーメントの大きさを求めるとともに作用する方向を記入せよ。



・モーメントのつり合い式(回転中心: x の位置):

$-R(A)x + wx \cdot \frac{x}{2} + M_1' = 0$

$M_1' = \frac{wl}{2}x - \frac{wx^2}{2}$
 $= \frac{wx}{2}(l - x)$

$x < \frac{l}{2}$ ならば

$wx < R(A)$

$\frac{x}{2} < x$

・曲げモーメントの符号:

(+)

$\therefore M = \frac{wx}{2}(l - x)$

Mはxの2次式

●SFD, BMD の作成

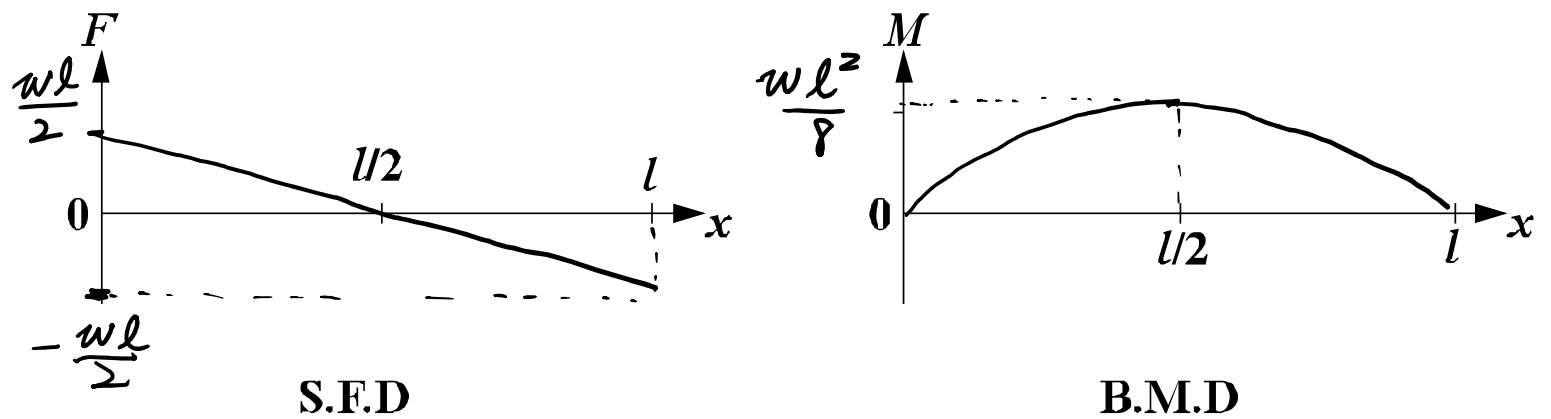


図 13.8 分布荷重を受ける両端支持はり S.F.D.および B.M.D

13.4 はりの曲げ応力とは

① 外力によるモーメント

⇒ x の位置において Wx , 反時計回り

② ①の作用により, はりのたわみ発生

⇒ はりの上側では伸び、
下側では縮み

③ ②のたわみにより, はり内部に垂直応力発生

⇒ 凸側は引張
凹側は圧縮

④ ③の引張・圧縮応力によるはり内部でのモーメント発生

⇒ その総和が M , Wx とつり合う → 次回

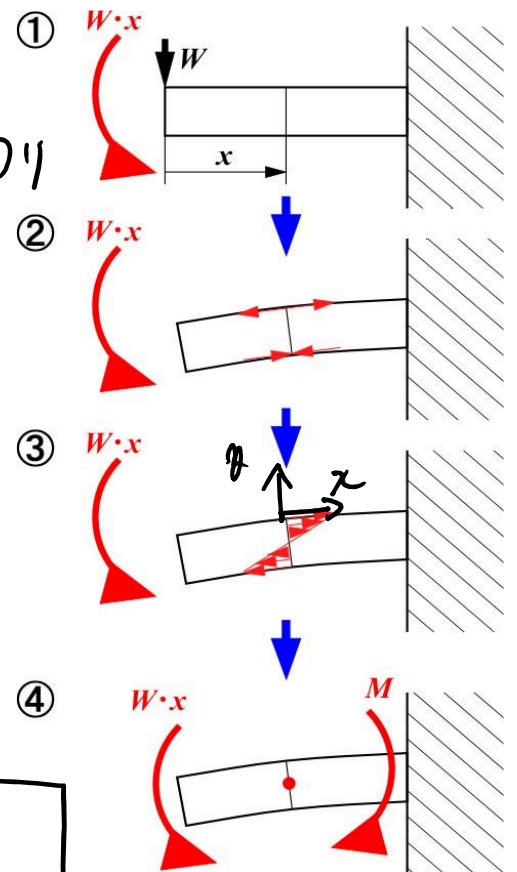


図 13.9 はりの曲げ応力の模式図

● 曲げ応力の特徴

- 1) 曲げ応力=0 の位置がある・・・中立軸・中立面
- 2) 曲げ応力は中立軸からの距離 y に伴い増加する
- 3) ある任意の位置での σ と y の積を断面で総和 → 曲げモーメント

13.5 第13回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

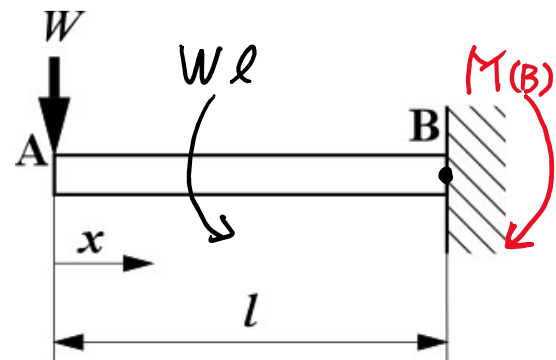
●意見・感想

- ・テストが近づいてきたので今週末に復習する, 符号の決め方がよくわかっていないので復習する, 次回までに1週間あるため今回の内容を復習する, 覚えることや計算が増えたのでしっかり復習する, 前回と今回の内容は難しくて復習が大変, 式や図が見ているものが多いので混同しないように覚える, 支持形式ごとのはりが受ける作用を正しく覚える, モーメントの考え方は難しいので復習する, モデルで既知として与えられている部分から復習する:14
- ・小テストで思ったより理解できていなかったことが発覚してかなりショック, 復習がきちんとできておらず小テストができなかった, 解き方を雑にしただけ覚えていなかった, 小テストの内容を細かく言われていたのにできなかった, 授業でやったCD間以外を自分で何回か練習するべきだった, 小テストで理解が不安定なまま解いていた, 今回の小テストはよくできた気がする, 電卓を忘れてほとんど解けなかった, 途中で符号がどっちだかわからなくなり後半あまりできなかった, それぞれの位置でのモーメントのつりあい式を考えることができた:12←今回の小テストは平均6.0点, 満点22名でした. 満点がかなりいるのに平均点がそれほど伸びなかったのは, 0点の人も結構いた(12名)からです. 授業で説明したやり方を正しくできている人はきちんと解けているのに対して, よくわからない独自の解き方をしている人は全然解けない, というふうに二極化しているようでした.
- ・今回の授業で考え方が掴めた気がする, 曲げモーメントの求め方はだんだん慣れてきた気がする:2←今回のように繰り返し問題を解くことで, 自然と理解が進むことを狙っています.
- ・荷重による力の分布や変形との関係を理解できた, 小テストのためにしっかり復習したことで曲げモーメントの理解を深められた, 曲げ応力について理解できた, はりの形式による影響を理解できた, 線図にすることで可視化されわかりやすかった, 前回よりも曲げモーメントに対してのイメージがしやすくなった, せん断力と曲げモーメントが視覚的にわかった:7←授業からの繰り返しになりますが, 特に曲げモーメント線図は大事です!
- ・曲げモーメントを考えるには作図できるかが大事であるとわかった, 丁寧な図を書けるようにしないといけない, 図を描くときに力やモーメントの向きを間違わないように気をつける, つりあい式を図として描くときこんがらがりやすい:4←まさにこれで, 大体図が正しく描けていない人は正答できていませんでした. いきなり式を立てようとするのではなく, まず正しい力とモーメントの向きを図に描き込んだ後に, それを式に落とし込めばいいだけです, 正しい図を描けるようになることを意識して勉強してみてください.
- ・急に寒くなった, 過ごしやすい気温になってよかった, 大雨で電車が遅延していたが早めに行動していたよかった, 風邪が流行っているっぽいので気をつける:4←来週はまた気温が上がるみたいです...
- ・第1タームの終わりが近づいているのを感じる, そろそろテストが近づいてきている:3←ですね.
- ・曲げモーメントが苦手なテストが怖い, 曲げモーメントは授業で聞いた時は難しいと感じたが家で復習したら意図できた:2
- ・次回レポート課題が出題されるとのことなので準備を進める, 曲げ応力の課題を一人でしっかり解けるか心配になった:2←レポートなので友達と協力して行ってもいいですよ(丸写しはもちろん推奨しませんが).
- ・両端支持はりの左右で違っていたことに今まで気づけなかった←微妙な違いですので...
- ・前回の質問について面白いと言ってもらい嬉しかった←色んな意見や質問が見れて, こちらも勉強になります.
- ・モーメントのつりあい式での符号の約束と曲げモーメントの符号の付け方(微小体積での)でつまづいていた←それぞれ約束事ですので, プリントの記載ページを見て覚えるしかありません.

- ・来週は休講なのでしっかり休む←**金曜はありますので忘れないように。**
- ・分布荷重のせん断力を算出する際 w_x と $R(A)$ を比較しなければならないのがやっかい← **x の位置を自分なりに決めておけば ($x < l/2$ であれば当然 $w_x < R(A)$ になります)。**

●質問

- ・曲げモーメントの符号についてなぜ (\curvearrowright) の場合に符号が正になるのか疑問に思った←この質問は、単に「なぜこの向きで正になるのか？」という質問では多分なく(もしそうなら前回は復習しろ、というのが答えになりますが)、「なぜこの向きでは正になると決められたのか？」という意図なんだと推察します。これについて私も正確に知らなかったのですがネットで調べてみたところ、「この曲げモーメントの向きははり全体を下に凸に変形させる作用といえます。この場合、はりの下側に引張応力、上側に圧縮応力が生じることになり、コンクリートなど引張応力の作用に弱い材料ではそこで最も破壊が生じやすくなり重要であることから、この向きを正と取る決まり事ができた」と記載されていました。
- ・支持形式は両端支持と片持ち以外にあるのか？←他には、両端固定という方式もあります。これは、片持ち梁(片側だけ壁に固定されている)とは異なり、両端とも壁に固定される形式です。
- ・片持ちはりの壁側のモーメントの向きの理解ができなかった←下図のように、外力 W により発生するモーメント Wl が壁に作用する(固定支持により B 点での回転が拘束されているため)わけですから、その反作用として壁からはりに対して作用するモーメント(支持モーメント)が存在しないと、B 点におけるモーメントがつりあわなくなります。ここで「つり合う」ということは、合わせて 0 になるということですから符号が逆、つまりモーメントの向きが逆でなくてははいけません。よって、反時計回りのモーメント Wl に対して支持モーメント $M(B)$ は時計回りのモーメントとなります。



13.6 第12回小テスト解答

Q.1 下図の両端支持はりにおける曲げモーメント分布式を求めると?

A.1 それぞれの領域における曲げモーメントを求める。

・AC間 $[0 \leq x \leq 40 \text{ [mm]}]$

モーメントのつり合い式: $-R_{(A)} \cdot x + M'_1 = 0 \rightarrow M'_1 = R_{(A)} \cdot x$,
 符号: (+) $\rightarrow M = 101x \text{ [N} \cdot \text{mm]}$

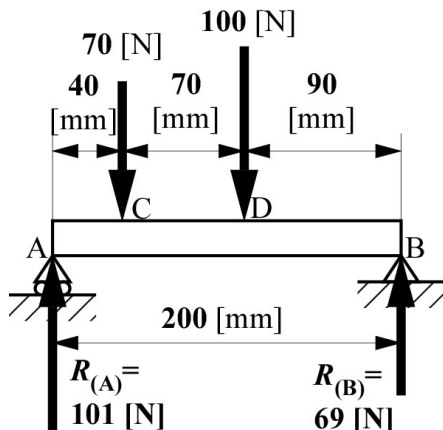
・CD間 $[40 \leq x \leq 110 \text{ [mm]}]$

" : $-R_{(A)} \cdot x + 70(x - 40) + M'_1 = 0 \rightarrow M'_1 = R_{(A)} \cdot x - 70x + 2800$,
 符号: (+) $\rightarrow M = 31x + 2800 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$

・DB間 $[110 \leq x \leq 200 \text{ [mm]}]$

" : $-R_{(A)} \cdot x + 70(x - 40) + 100(x - 110) + M'_1 = 0 \rightarrow M'_1 = R_{(A)} \cdot x - 170x + 13800$,
 符号: (+) $\rightarrow M = -69x + 13800 \text{ [N} \cdot \text{mm]}$

$$\therefore M = \begin{cases} 101x & (0 \leq x \leq 40) \\ 31x + 2800 & (40 \leq x \leq 110) \\ -69x + 13800 & (110 \leq x \leq 200) \end{cases}$$



符号の取扱
 下向きは
 上向きは
 減点です

