

材料評価学 第 11 回

- 前回： 衝撃試験における
- ・「衝撃試験」とは
 - ・ 衝撃吸収エネルギーと破壊形態
 - ・ 延性-ぜい性遷移



- 今回： 材料力学の「はりの曲げ」の問題における
- ・「材料力学」とは
 - ・「せん断力」と「曲げモーメント」とは
 - ・ はりの曲げの解法
 - ・ 支持反力の算出

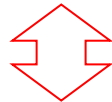
11. はり（梁）の曲げ 1

11.1 「材料力学」とは

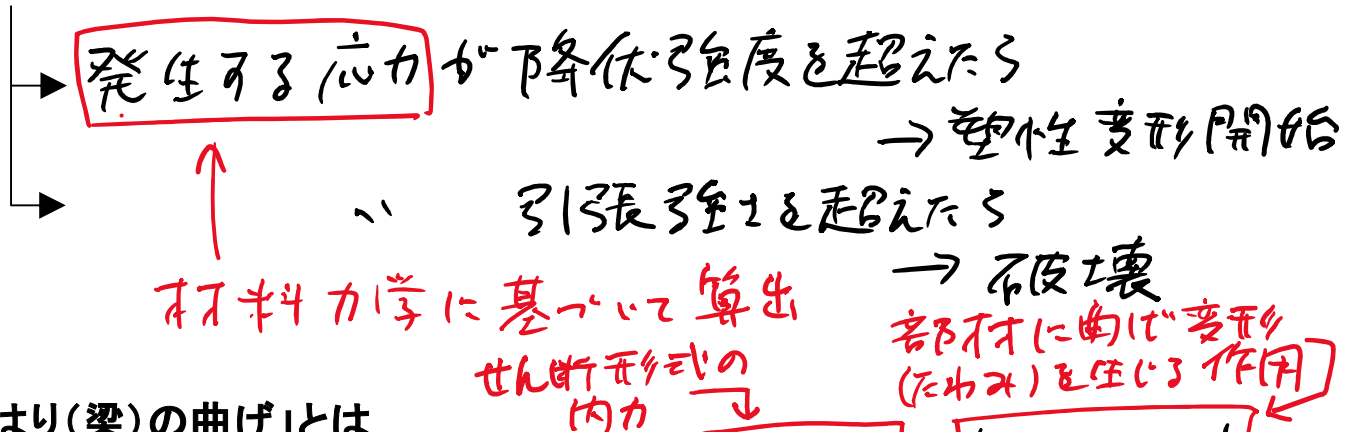
- これまで： 負荷形式による応力とひずみの定義
弾性変形と塑性変形

↓

●材料を表わす指標：降伏強度、引張強度、...



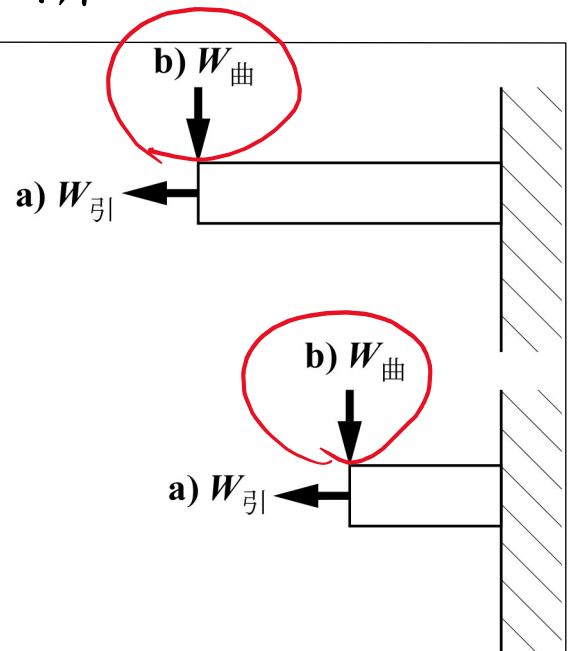
- 実際の使用条件（材料の形状・寸法）において材料内部に発生する応力や変形ほどの程度になるのか？



11.2 「はり(梁)の曲げ」とは

- 「はり（梁）」とは？： 横荷重にかゝり **せん断力** と **曲げモーメント** を受ける細長い部材

・ 問い：壁に一端を固定された、長さが異なり断面積が等しい 2 本のはりがある。



a) それぞれのはりの自由端に等しい引張（縦）荷重をかけた場合、どちらがより高い応力を生じるか？

A: いずれの応力も等しい。

$$\sigma = \frac{W}{A}$$

b) それぞれのはりの自由端に等しい曲げ(横)荷重をかけた場合、どちらがより高い応力を生じるか？

A: はりが長い方が発生する応力が高くなる
 曲げ
 応力 $\sigma = \frac{M}{Z}$ 曲げモーメント, $M_{max} = W \frac{l}{m}$
 Z → 断面係数 l はりの長さ

11.3 「せん断力」と「曲げモーメント」とは

●垂直荷重の場合：外力 W と反力 R の作用線が一致するため、力のつり合いのみ考えればよい。

・はり全体の力のつり合い: $W = R$ ($R - W = 0$)

・左端から任意の位置 x において: はりを「仮想的に」切断する

→ 切断面において内力 N がそれぞれ作用すると考えることで力のつり合いがとれる。

・垂直応力 σ の本来的意味

$N = \int_A \sigma dA$, 単位面積あたりの内力 N

●曲げ荷重の場合: W と R の作用線が一致しないためモーメントが発生する。

①力のつり合い: 位置 x において仮想的に切断,

・切断面において内力 F がそれぞれ作用すると考えることで力のつり合いがとれる。

$W = F, F = R$

・せん断応力の本来的意味: $F = \int_A \tau dA$

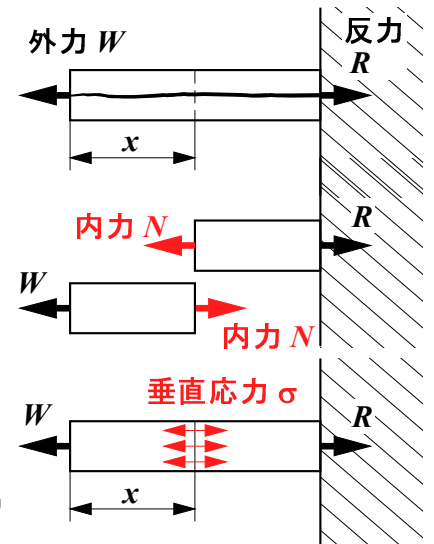


図 11.1 垂直荷重を受けるはり

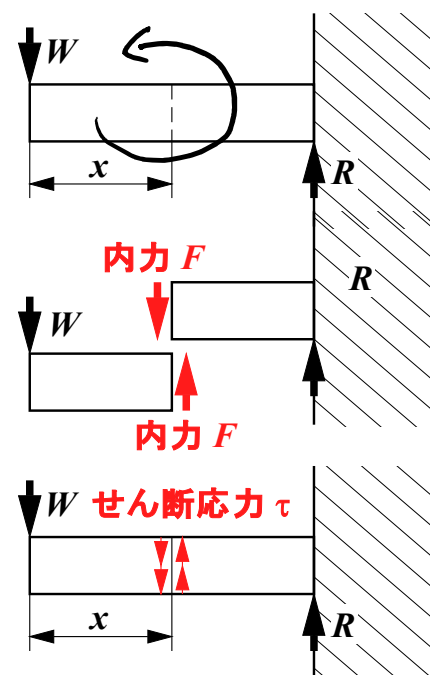


図 11.2 曲げ荷重を受けるはり (力のつり合い)

②モーメントのつり合い:

・左端から任意の位置 x においてはりを「仮想的に」切断する

→ 切断した左側領域に作用する外力 W において、回転中心 $W \cdot x$ のモーメントが作用する。

→ Wx につり合うモーメント M が作用する
と考えることにより、モーメントのつり合いがとれる。
 $Wx = M$ ($Wx - M = 0$)

・このモーメント: はり内部の応力分布 (引張
および圧縮応力) に起因する。

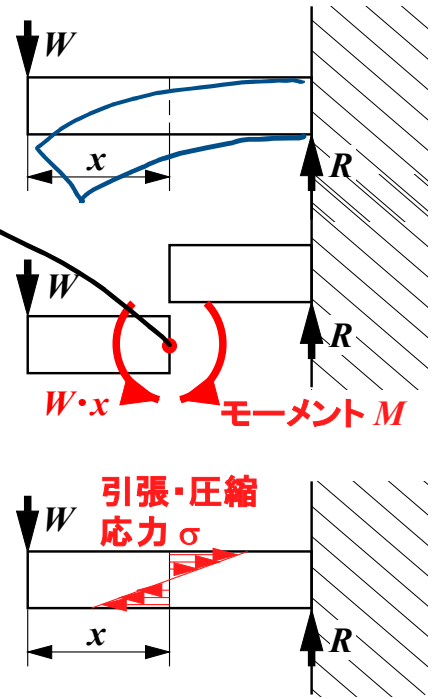


図 11.3 曲げ負荷を受けるはり (モーメントのつり合い)

11.4 「はりの曲げ」の解法

① 支持反力の算出: はり全体の力とモーメントのつり合いから求める。



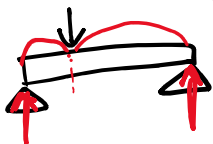
② はり内部のせん断力分布の算出: 負荷形式によって決まる
領域毎に力のつり合い式を立てて求める。



③ の曲げモーメント分布の算出:
領域毎にモーメントのつり合い式を立てて求める。

④ 曲げ応力の算出: ③の曲げモーメント分布式をはりの
形状から求める。

⑤ たわみの算出: ③の曲げモーメント分布式を積分する
ことで求める。



11.5 ①支持反力の算出

●両端を支えられ任意の位置にて横荷重を受けるはり（両端支持はり）の場合

- ・力のつりあいのつりあひ式から、支持反力 $R(A)$, $R(B)$ を求める。

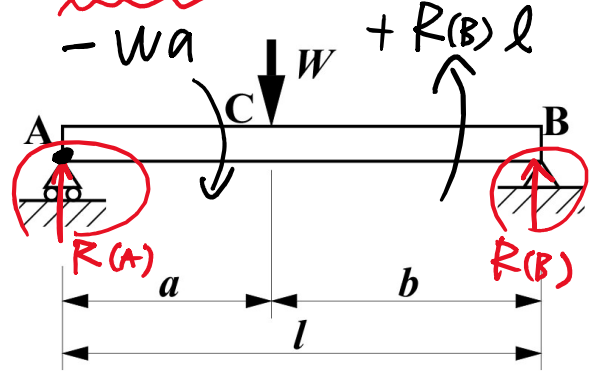


図 11.4 両端支持はり

- ・力のつりあひ式 [下向き: (+), 上向き: (-)]

$$W - R(A) - R(B) = 0$$

- ・モーメントのつりあひ式 [反時計回り: (+), 時計回り: (-)]

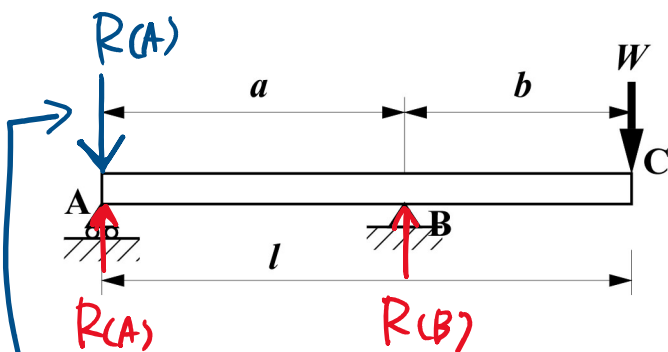
回転中心を A 点とすると

$$-Wa + R(B)l = 0$$

$$\Downarrow$$

$$R(A) = \frac{b}{l}W, \quad R(B) = \frac{a}{l}W$$

- ・例題: 以下の両端支持はりの支持反力 $R(A)$ および $R(B)$ を求めよ。



・力のつりあひ式

$$W - R(A) - R(B) = 0$$

・モーメントのつりあひ式 (A 中心)

$$R(B)a - Wl = 0$$

$$W - R(A) - \frac{l}{a}W = 0$$

$$R(A) = W - \frac{l}{a}W$$

$$= \frac{a}{a}W - \frac{l}{a}W$$

$$= -\frac{b}{a}W$$

当初の $R(A)$ の想定は
向きが正しくない(逆)
であることを示す。

11.5 第 11 回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

●意見・感想

- ・モーメントとつり合いから反力を求める方法について学習した、「仮想的に切断する」という解釈が重要であると理解した、モーメントを実際に使うならこうなのかと思った、今まで習った力学の応用であり理解しやすかった、力学の知識が材料につながって面白かった、モーメントに関する知識が抜けていて理解に時間がかかった、引張荷重と曲げ荷重での応力の違いについて知れた、モーメントは高校でも解いてきたので理解しやすかった、曲げ応力でははりの長さが効くことがわかった、高校で物理をやっていたよかった:17←支持反力までは例年皆さん理解しやすいんですが、そこからがね・・・
- ・モーメントの計算をしたとき符号を間違えてしまった、語句が全然覚えられていない、前回よりも小テストを解けた気がする、割とちゃんと勉強したがあまり点が取れなかった、E をなんとなく分かっていたが言葉でどう定義しているのか覚えていなかった、語句はよくできた気がする、「衝撃吸収エネルギー」が出てこなくて悔しかった、小テスト難しかった、直近で実験を行っていたので小テストも割とできた、変形速度と変形強度を間違えて覚えていた、小テストを完璧に解答できず悔しい:15←今回の小テストは平均 5.9 点、満点 5 名でした。穴埋め問題なのに意外と伸びませんでした。
- ・あと 4 回授業を受けたらテストなので復習する、支持反力の計算方法について復習する、はりの曲げについてしっかり理解する、材料力学について復習する、今回は覚えるだけで良かったが次回は計算なのでしっかり身につける、つり合い式を自力で立てられるようにする、レポートで大変だがしっかり復習する、モーメントのつり合いという新しい考え方を習得して小テストに備える:14←「モーメントのつり合いという新しい考え方」って、高校の物理でやっているのでは？物理全く取っていない人もいるのかな？
- ・今までの内容を理解しきれていないことが分かった、応力について復習が必要、前回や以前学習したものが定着しきっていない、直感ではなく式から考える癖をつける、垂直応力についての問題を間違えてしまった:5←これは私としてはちょっと残念でしたね。
- ・今回の小テストは算出式が出ると言われてその辺をメインに復習していたので出来が悪かった、公式を覚えたが小テストには出なかった:2←真っ先に「衝撃試験に関する文章の穴埋め問題」と伝えたはずですが、確かに「式も含めて」と言ったのは、穴埋めの中に衝撃吸収エネルギーの式も入っていたように記憶していたのでそう伝えたのですが、これは私の勘違いでした。済みません。
- ・材料によってしなやかさが異なるので同じ力の大きさをかけても変形や破壊も変わってくるのではないかな←発生する応力には関係ないですが、それによって生じるたわみ(変形)については確かに影響します。
- ・今年は超エルニーニョ現象によりここ数 100 年稀に見る気候になるそうで不愉快←今から怖いですね・・・
- ・筆記用具を忘れてしまったので気をつける←定期試験時じゃなくてよかったですね。
- ・スマホを弄るカンニングがあったことに驚いた←私も、いまさらそんなことする人がいるとは思ってもみませんでした。
- ・さらに難しい分野に突入したと感じた←ちゃんと勉強すれば大丈夫です。

●質問

- ・はりの長さの単位は m でいいのか？←特にこの単位でなくてはダメ、ということはありません。
- ・「a を用いて表せ」みたいな指示は出るのか？←ないです。導出された式の形(記号)が異なっても、整理したら一致すると確認できればそれも○とします。
- ・本番は資料の持ち込みが許可されているのか？←初回ガイダンス聞いてないんですか？

11.6 第 10 回小テスト解答

Q.1 衝撃試験について述べた次の文章中の空欄に当てはまる語句を記入せよ。

[各 2 点]

衝撃試験は材料の [①] を評価するための材料特性試験であり、代表的なものとしてシャルピー衝撃試験がある。試験片の [②] に要したエネルギーを「 [③] , E」として定義する。

鋼においてぜい性破壊が生じやすい条件として、(1)切欠きがある場合、(2)温度が低い場合、(3)衝撃荷重により材料の [④] が大きい場合、が知られている。そこで試験片温度を変化させてシャルピー衝撃試験を行うと、ある温度域を境にしてぜい性破面率等の顕著な変化が現れる。この温度を [⑤] と呼ぶ。

A.1

- ① [じん性(「粘り強さ」でも可)] ② [破断(「変形」だけは減点)]
③ [衝撃吸収エネルギー] ④ [変形速度]
⑤ [延性-ぜい性遷移温度(エネルギー遷移温度や破面遷移温度は減点)]