

基礎材料組織学 第7回

- 前回：
- ・ 金属材料の強化機構
 - ・ 加工強化（硬化）とベイリー・ハーシュの関係
 - ・ すべり系



- 今回：
- ・ ミラー指数
 - ・ ミラー指数の一括表示
 - ・ 分解せん断応力

7.1 ミラー指数:

●ミラー指数の表し方

・任意の方向の表し方

①その方向と平行でかつ原点を通る直線 OP を
引き, OP 上の任意の点の座標 (x, y, z) を求める.

②座標 (x, y, z) を各格子定数で除した値 (u, v, w)

を求める. $u = \frac{x}{a}, v = \frac{y}{b}, w = \frac{z}{c}$

②の定義中
では $a=b=c=1$

③ (u, v, w) が分数になる場合, $u \sim w$ の分母の最小公倍数を $u \sim w$ 全てに乘じ整数化する.

④ (u, v, w) の括弧をカギ括弧 $[\]$ に変え, カンマ「,」を省略して表す $\rightarrow [u\ v\ w]$

方向のミラー指数

・任意の面の表し方

①面と各軸の交点座標 (x, y, z) を求める.

②座標 (x, y, z) を各格子定数で除した逆数 (h, k, l)

を求める. $h = \frac{a}{x}, k = \frac{b}{y}, l = \frac{c}{z}$

②でも
 $a=b=c=1$

③ (h, k, l) が分数になる場合, $h \sim l$ の分母の最小
公倍数を $h \sim l$ 全てに乘じ整数化する.

④ (h, k, l) のカンマ「,」を省略して表す $\rightarrow (h\ k\ l)$

面のミラー指数 ← カッコの形が
識別

・読み方 例, $[1\ 1\ 2] \rightarrow$ 「いち いち に 方向」

$(1\ 1\ 2)$

面

・値がマイナス: 数字上に横線を付する 例, $[1\ \bar{1}\ 2] \rightarrow$ 「いち いちばー に 方向」

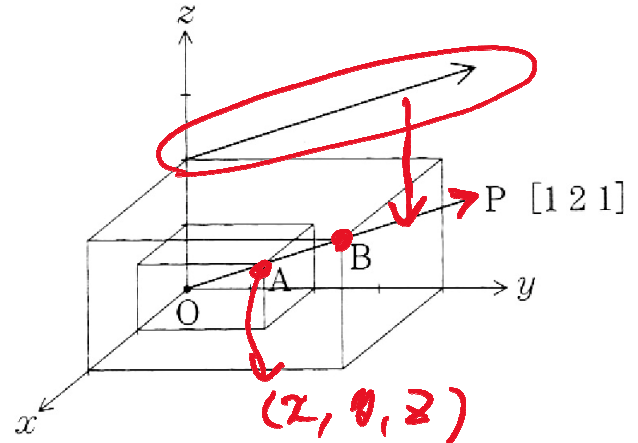


図 7.1 ミラー指数による方向の表し方
[新版 基礎機械材料学, 朝倉書店]

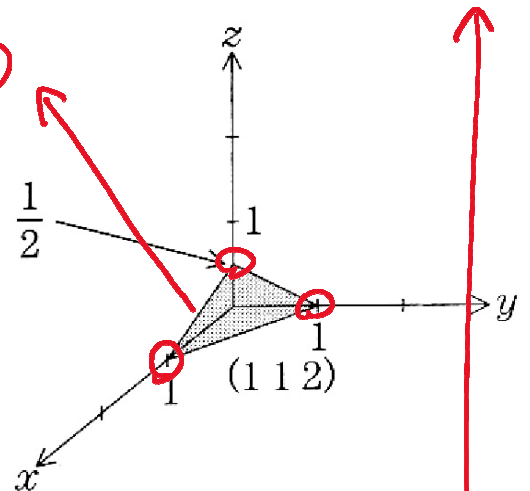
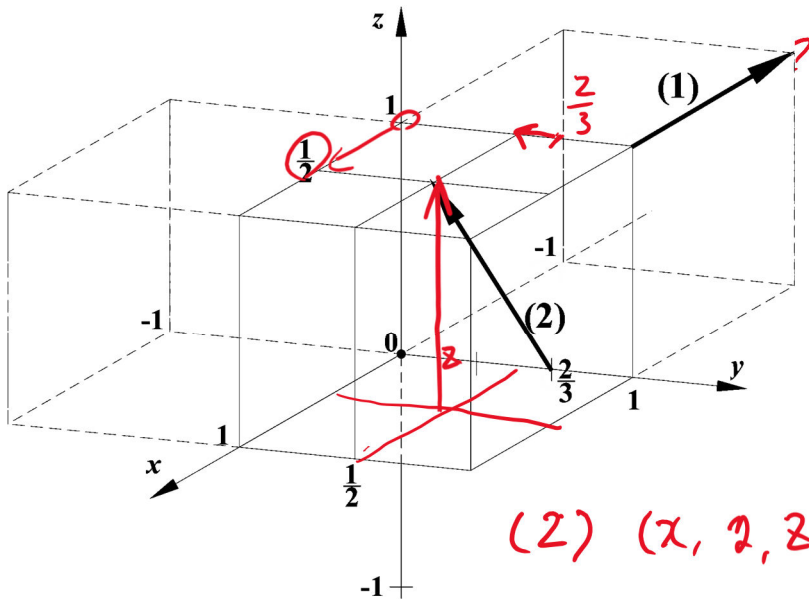


図 7.2 ミラー指数による面の表し方
[新版 基礎機械材料学, 朝倉書店]

・例題: 下図の方向(1), (2)および面(4), (5)をミラー指数で表せ。



$$(1) (x, y, z) = (-1, 0, 0)$$

・1で除る

$$(u, v, w) = (-1, 0, 0)$$

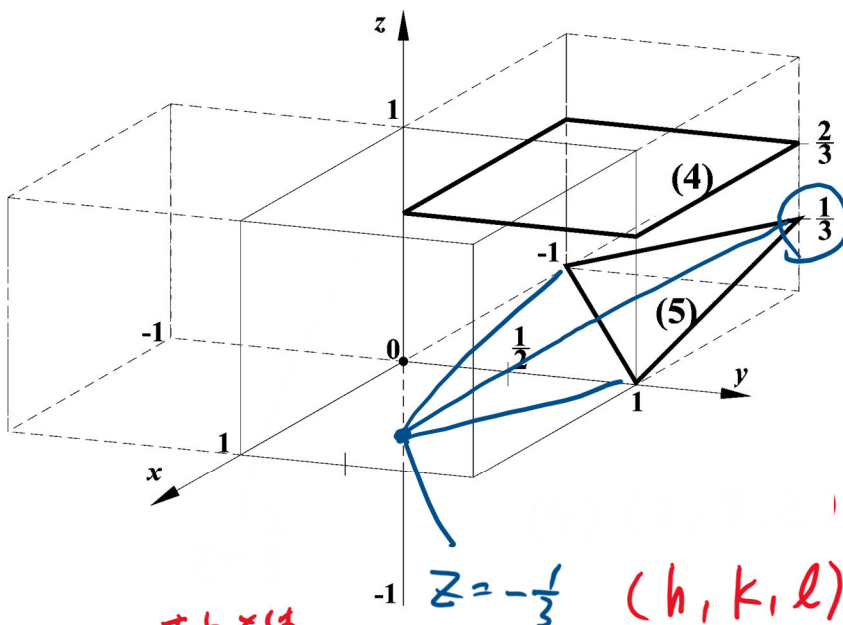
・表言を整理

$$[uvw] = [\bar{1} 0 0]$$

$$(2) (x, y, z) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, 1)$$

$$(u, v, w) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, 1)$$

$$[uvw] = [3 \bar{1} 6]$$



$$(5) (x, y, z) = (-1, 1, -\frac{1}{3})$$

$$(h, k, l) = (-1, 1, -3)$$

$$(hkl) = (\bar{1} 1 \bar{3})$$

$$= (\infty, \infty, \frac{2}{3})$$

$$(h, k, l) = (\frac{1}{\infty}, \frac{1}{\infty}, \frac{2}{3})$$

$$= (0, 0, \frac{2}{3})$$

$$(hkl) = (0 0 3)$$

x, y 平面とは
交差せず
(x, y と平行)
||
無限遠方で
交差する

● (001)面と(003)面の違い

・(001)面: z 方向に1の周期で存在する全ての面を表わす。
 $(z = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$

・(003)面: z 方向に $\frac{1}{3}$ の周期で存在する
 $(z = \dots -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots)$

7.2 ミラー指数の一括表示

●立方晶系では座標軸の3軸が等価である→

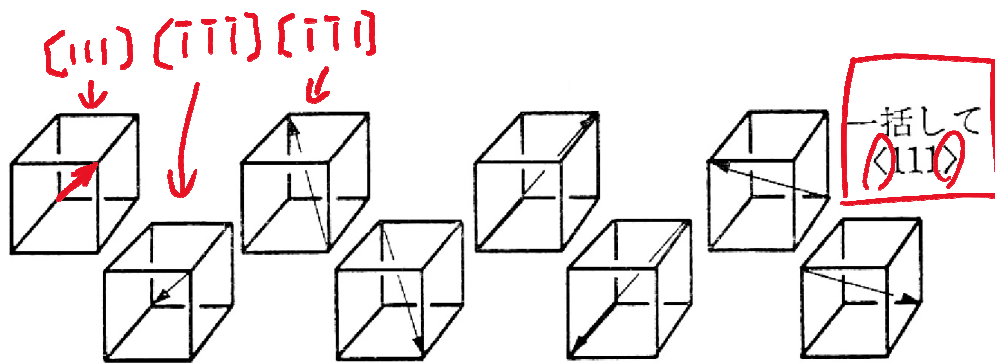


図 7.3 一括表示による方向の表し方

- ・単一の方法: $[]$
- ・一括表示の方法: $\langle \rangle$

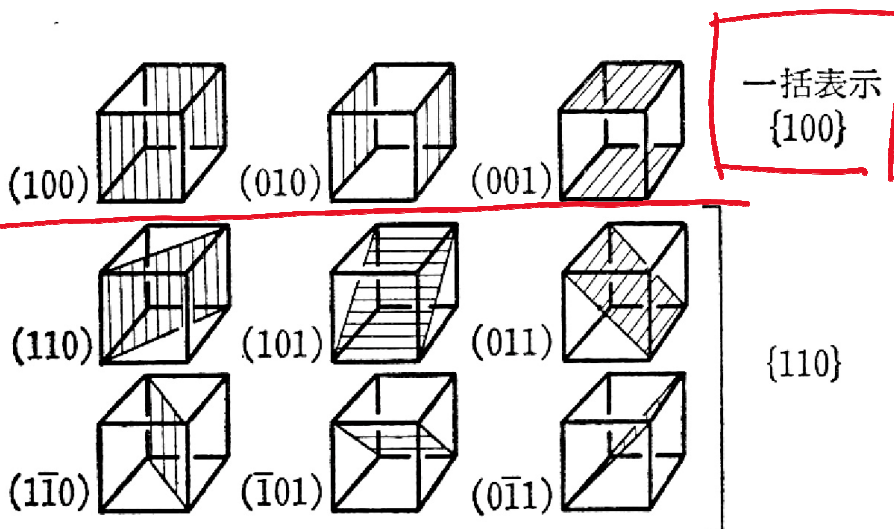


図 7.4 一括表示による面の表し方

- ・単一の面: $()$
- ・一括表示の面: $\{ \}$

7.3 分解せん断応力:

●転位の運動(=塑性変形)はせん断応力を駆動力として生じる。

問い:外力として垂直応力が負荷された場合、塑性変形は生じないのか?

A、生じる。

●垂直応力(荷重)の負荷方向に対して、すべり面およびすべり方向のなす角に基づき、すべり面上のすべり方向において生じるせん断応力を考える。→「分解せん断応力」

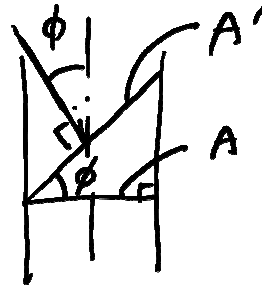
・引張荷重を受ける単結晶体(断面積: A)中のあるすべり系において

・すべり面法線方向と負荷方向の

なす角: ϕ

すべり面面積

$$\cos \phi = \frac{A}{A'} \rightarrow A' = \frac{A}{\cos \phi}$$



・すべり方向と負荷方向とのなす角: θ

すべり方向分力

$$\cos \theta = \frac{W'}{W} \rightarrow W' = W \cos \theta$$

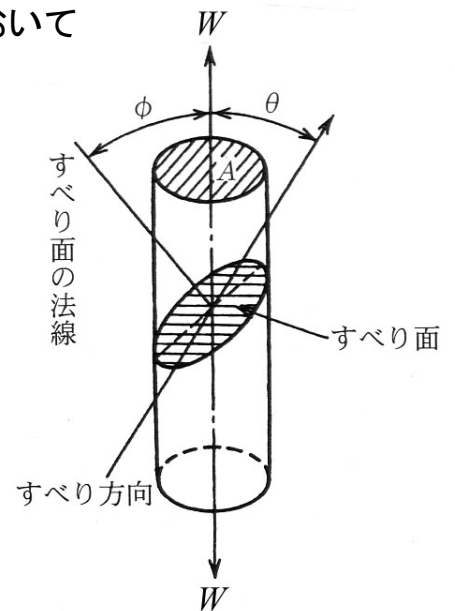
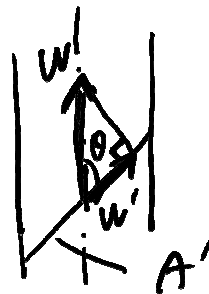


図 7.5 分解せん断応力

[新版 基礎機械材料学, 朝倉書店]

・従って、すべり面上のせん断応力 τ を A' と W' を用いて求めると

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{W'}{A'} = \frac{W \cos \theta}{A / \cos \phi} = \left(\frac{W}{A} \right) \cos \theta \cdot \cos \phi \\ &= \sigma \cos \theta \cos \phi \end{aligned}$$

7.4 第7回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

●意見・感想

- ・ミラー指数について理解できた, ミラー指数の基本的な書き方は理解できた, 方向のミラー指数はベクトルの成分表示と同じなのでイメージしやすい, 垂直応力をせん断応力に分解する考え方を学んだ:14←例年「ミラー指数がわかりづかった」という意見が大半だったので, 今年は今までより丁寧に説明しました.
- ・前にやった単語の内容を忘れてしまったので見直す, もっとミラー指数を練習する, しっかり復習する, 授業だけで理解するのが難しくなってきたためしっかり復習する:12←大学の授業は「授業時間+自主学習」の実施を前提に設計されています.
- ・分解せん断応力の理解が困難だった, 面のミラー指数の表し方がまだ難しい, 授業内容の理解が不十分, 面はイメージしにくい, ベクトルを3次元として図で捉えるのが難しかった, 一括表示が難しかった:10
- ・小テストの計算が間に合わなかった, 難易度は適切, 単位変換と計算でミスした気がする:, つまらないミスをしてしまった, 小テストの有効数字の処理の仕方を迷った, 電卓の使い方に迷って間に合わなかった, 単位をつけ忘れた, 電卓を忘れて解けなかった, 授業数が多いが小テスト対策を怠らない:10←今回の小テストは平均5.6点, 満点19名でした.「有効数字の扱い」「単位未記載」「計算間違い」という不備が多かったです.
- ・図が多くて分かりやすかった, ミラー指数の説明がわかりやすかった, 最初(003)を(001)にしないのか疑問だったが説明を聞いて納得した:5
- ・ミラー指数に癖でカンマをつけてしまうことがあったので気をつける, 面を表す時面が図形だけでなく広がっていることに注意する, いろんな種類のカッコが出てきて混乱しそう, マイナスをバーで表記するのを忘れない:6←ミラー指数に関しては初めて聞く内容だと思いますので, 小テスト等で単純なミスをしないようよく復習しておいてください.
- ・面と軸が平行な時は無限遠方を基準にすることを知った, 「無限遠方で交差する」という考え方を知らなかった, 小学生の頃習った平行は「2つの直線をどこまで伸ばしても交わらない」だったが無限遠方で交差すると初めて知った:4←物理でも「無限遠方」という概念はちょこちょこ使うような気がしますが, もちろん, 無限遠方は現実には存在しませんが, 無限遠方を仮定して空間を拡張することにより, 平面上の2直線は全て交わる(平行でない2直線:有限範囲内で, 平行な2直線:無限遠方で)と解釈することが可能となります.
- ・ミラー指数の考え方が難しかった, 1年越しにミラー指数を知れた, 小テスト自信がない, 参考問題がなくなってもいい点が取れるように復習頑張る, ミラー指数の問題をやって理解を深めたい, 小テストに対してうろ覚えでなくしっかり勉強する, 一括表示の理解が少し難しかった, ミラー指数の復習ができた←2回めでもミラー指数の理解が不十分な人が多いと思うので, よく復習しておいてください.
- ・進行速度は適切
- ・関数電卓の使用に慣れてきた←それはいいですね!
- ・授業の例題以外に家で練習できる練習問題があると嬉しい←本科目で今後出すレポートにも関連しますが, 本来は「わからない問題があればそれを「自分で」調べたり, 演習問題を「自分で」探して解けるようになる」のが大学生レベルなんです.

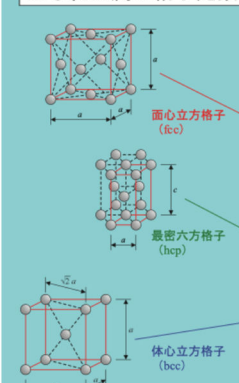
●質問

- ・小テストで電卓の打ち間違いで数値が違う場合は0点か?←問題にもよりますが, 基本的には数値が違ってる場合(計算間違い)は0点です. 計算はあっているが「有効数字の扱いが違う」「桁だけが違う」「単

位がつけられていない」等であれば、部分的な減点に留めます。

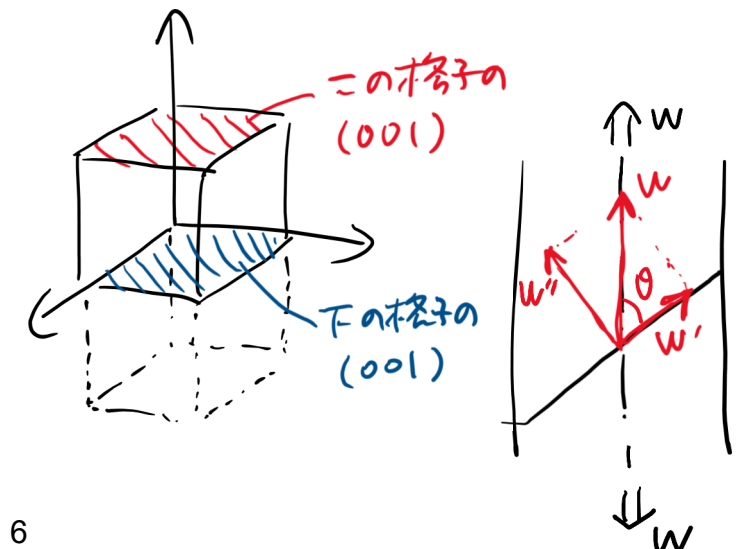
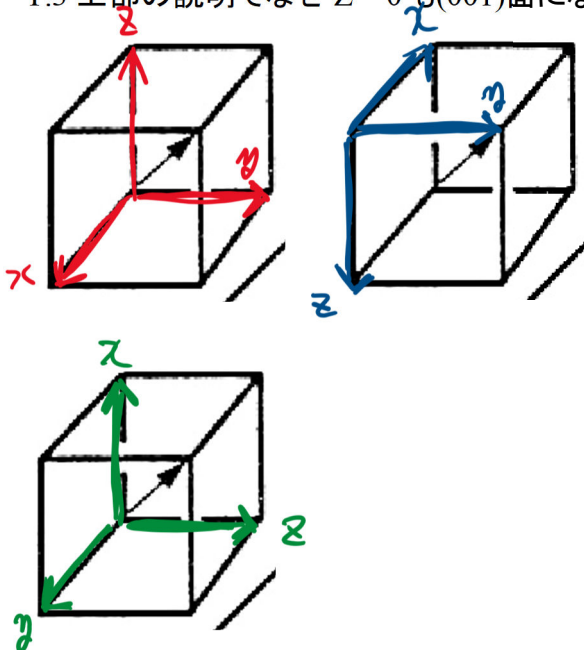
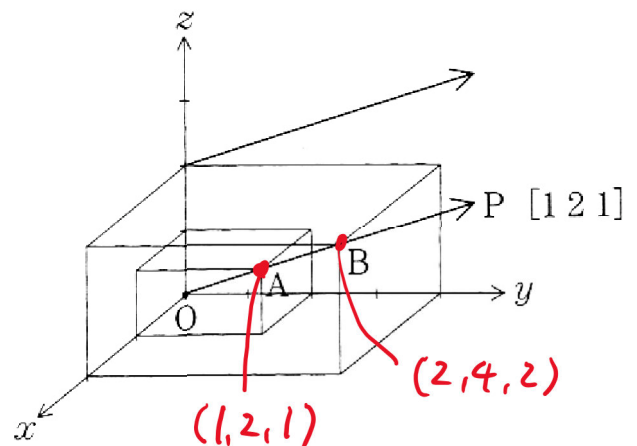
- ・電卓を忘れたが途中式で部分点はもらえるのか？ ←上の質問と同じで、計算問題なのに値が求められていなければ0点です。
- ・電卓使用の際答えが小数でなく分数になってしまうがそのままでもいいか？ ←第5回講義ファイルで回答済みです。
- ・ τ の大きさによって何が判断できるのか？ ←次回説明しますが、得られる分解せん断応力がある一定値を超えると転位の運動が開始されます。これを「臨界分解せん断応力」と呼び、塑性変形の開始を規定します。
- ・ミラー指数を表す際の格子定数はどのようにして定められるのか？ ←実在の材料に関しては、既に観測によって求められています。主な金属材料については右の表の通りです。
- ・ミラー指数とは面の法線ベクトルと等しいのか？ ←その通りです、面と方向が同一の値を持つ場合、その方向は面と直交します(=法線ベクトル)。
- ・ミラー指数の方向の(x,y,z)座標の見方がよくわからなかった ←例えば右下図の場合、A点の座標は各軸の目盛と照らし合わせて(1,2,1)、B点の座標は同様に(2,4,2)と読みます。このように、OP上の任意の点の座標は普通に各軸から読み取ればいいです。
- ・一括表示で「立方晶系では3軸が等価」であることが理解しづかった ←立方晶系は格子定数(=辺の長さ)も辺のなす角も全て同じなので、下の図のようにx・y・z軸をどのようにも取れる、だからそうやることで含まれる複数の方向や面をまとめて表示しよう、って話です。
- ・面の表記で場合によっては軸との交点が原点になる時もあると思うがその時はどう扱うのか？ ←ミラー指数は必ず周期性がありますので、0を通る面以外の面で定義できます。授業中で示した(001)も(003)も、 $Z=0$ の面を含みますがそこでは定義していません。
- ・分解せん断応力のWとW'の決め方がわからなかった ←右下に再度図を描きましたが、垂直荷重Wをすべり面上のすべり方向(=すべり面に平行な方向)W'と垂直な方向W''に分解する、ということです。
- ・P.3 上部の説明でなぜ $Z=0$ も(001)面になるのか？ ←対象格子の直下の格子の $Z=1$ だからです。

主な純金属の格子定数 (室温付近)



金 属	格子定数 [10^{-10} m]	
	a	c
Ag	4.0862	—
Al	4.0496	—
Au	4.0785	—
Cu	3.6147	—
Ni	3.5238	—
Mg	3.2094	5.2105
α -Ti	2.951	4.6843
Zn	2.665	4.9468
α -Fe	2.8664	—

* 室温付近の値
 10^{-10} m = 1 Å (オングストローム)
 参考: 日本金属学会編, 改訂3版 金属データブック, 丸善 (2000)



7.5 第6回小テスト解答

完全焼なましした銅に対して圧延加工を行った結果、せん断変形応力が圧延前の 175.0 MPa から 350.0 MPa に上昇した。ここで銅のせん断弾性係数 $G = 45.0$ GPa, バーガースベクトル $b = 0.256$ nm, 材料定数 $\alpha = 0.50$ とする。

Q.1 ベイリー・ハーシュの関係から圧延加工前の転位密度 ρ_{before} と加工後の転位密度 ρ_{after} をそれぞれ求めよ。[各 3 点]

Q.2 この加工による転位密度の増加分 $\Delta\rho$ を求めよ。[4 点]

A.1 ベイリー・ハーシュの関係 $\tau = \alpha G b \sqrt{\rho}$ より, $\rho = \left(\frac{\tau}{\alpha G b} \right)^2$ にそれぞれの条件を代入する。

$$\tau_{\text{before}} = 175.0 \text{ MPa} = 175.0 \times 10^6 \text{ Pa}, \quad \tau_{\text{after}} = 350.0 \text{ MPa} = 350.0 \times 10^6 \text{ Pa},$$

$$\alpha = 0.50, \quad G = 45.0 \text{ GPa} = 45.0 \times 10^9 \text{ Pa}, \quad b = 0.256 \text{ nm} = 0.256 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$\rho_{\text{before}} = \left(\frac{175.0 \times 10^6}{0.50 \times 45.0 \times 10^9 \times 0.256 \times 10^{-9}} \right)^2 = 9.230 \dots \times 10^{14} \text{ m}^{-2} = 0.92 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

$$\rho_{\text{after}} = \left(\frac{350.0 \times 10^6}{0.50 \times 45.0 \times 10^9 \times 0.256 \times 10^{-9}} \right)^2 = 3.692 \dots \times 10^{15} \text{ m}^{-2} = 3.7 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}, \text{ いずれも有効数字 2 桁}$$

($\alpha = 0.50$ より)

A.2 $\Delta\rho = \rho_{\text{after}} - \rho_{\text{before}} = 3.69 \times 10^{15} - 0.923 \times 10^{15} = 2.767 \times 10^{15} = 2.8 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$

注: 丸め誤差を避けるため, 上記の計算結果より 1 桁ずつ大きい値で引き算した上で, 引き算の計算結果として合わせるべき最小桁(小数第 1 位)にあわせた。

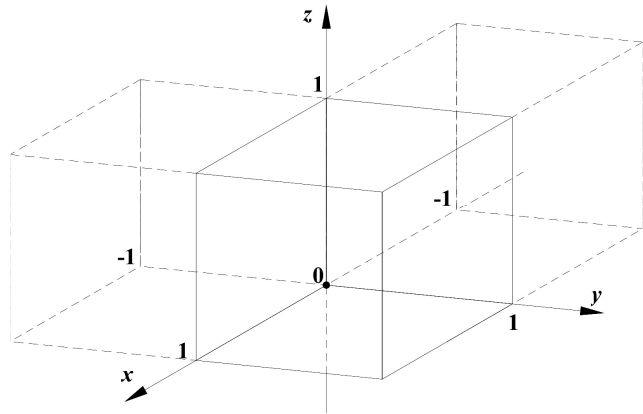
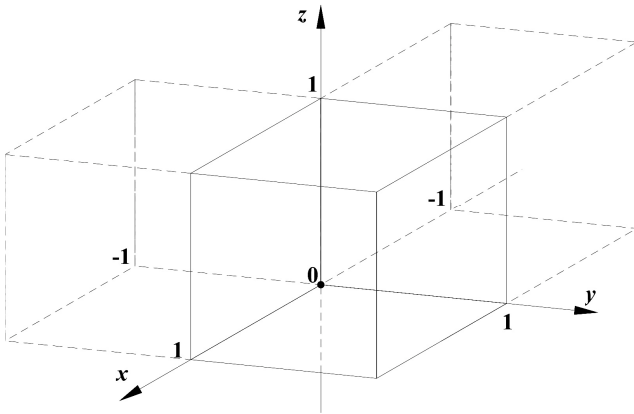
参考問題

Q.1 以下に示すミラー指数のすべり系(面および方向)を下図に図示せよ。

[各4点, 計8点]

(1) (110) 面上の $[\bar{1}1\bar{1}]$ 方向

(1) (111) 面上の $[10\bar{1}]$ 方向



Q.2 右図に示す面のミラー指数を求めよ。

[2点]

