

基礎材料組織学 第4回

- 前回：
- ・ 応力の定義（続き）
 - ・ ひずみの定義
 - ・ 弾性変形と塑性変形
 - ・ 変形のメカニズム



- 今回：
- ・ 理想変形強度
 - ・ 金属の結晶構造
 - ・ 格子欠陥
 - ・ 転位とは

4.1 材料の理想変形強度

●理想変形強度：「原子の配列を保持するため、塑性変形を生じさせるために必要な応力」と理論的に考えたもの。

・結晶中の特定の面において、その上下の原子面が一斉にずれる場合を考える

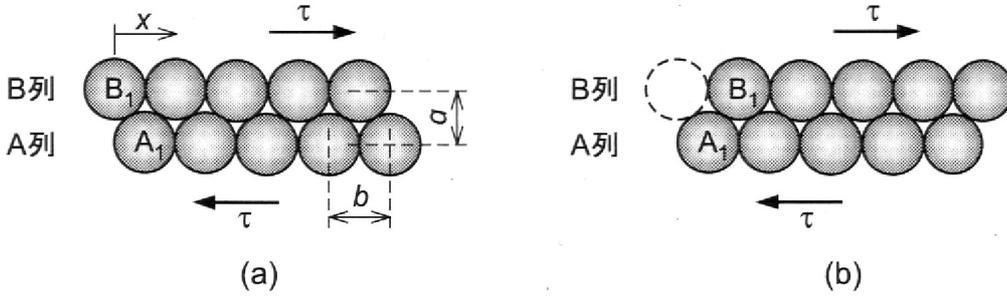


図 4.1 完全結晶における原子列のすべり

・原子の移動にはポテンシャルエネルギー P の変動を伴う。

$$P = P_0 - C \cos \frac{2\pi x}{b}$$

・荷重 $W = \frac{dP}{dx}$, せん断応力 $\tau = \frac{W}{A}$

・微小の変位 $\left\{ \begin{array}{l} \sin \frac{2\pi x}{b} \approx \frac{2\pi x}{b} \\ \text{せん断変形} \approx \frac{x}{a} \end{array} \right.$

$$\frac{b}{a} \approx 1$$

理想変形強度

$$\therefore \tau_{max} = \frac{G}{2\pi}$$

●理想変形強度と実際の材料が示す強度とはかなり差がある！

Fe : 約 50 GPa
 = 50×10^3 MPa
 \downarrow
 $\tau_{max} = 8000$ MPa
 \downarrow
 SS400
 400 MPa

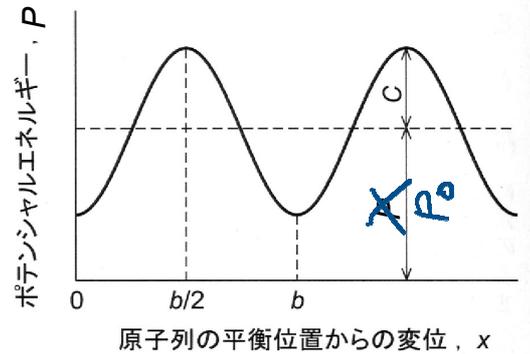


図 4.2 すべりによるポテンシャルエネルギーの変動

表 4.1 各種単結晶材料の臨界せん断応力の理論値と実験値

材料	理論値	実測値	理論値
	[GPa]	[MPa]	実測値
Mg	2.9	0.81	3600
Ag	4.4	0.59	7500
Au	4.4	0.90	4900
Zn	4.7	0.92	5100
Cu	6.3	0.98	6400
Ni	11.0	5.7	1900
Fe	12.9	27.5	470

・問い:なぜこのような差が生じるのか(なぜ実測値はこれほど低いのか)?

- ・実際の結晶は完全に規則正しく配列しているわけではない...「欠陥」の存在
- ・欠陥を介する逐次的原子移動により、低いエネルギーでも容易に進む

4.2 金属の結晶構造

●結晶とは? : 原子が長い範囲にわたって空間的に規則正しく配列した状態。

・単位格子: 結晶中の最小単位の空間

・格子定数: 単位格子を表す可成りのパラメータ

辺の長さ a, b, c と 辺の角度 α, β, γ

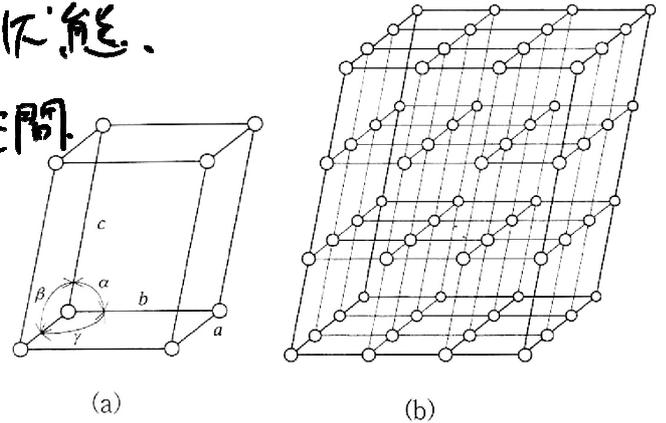


図 4.3 単位格子および結晶格子

[新版 基礎機械材料学, 朝倉書店]

表 4.2 代表的な金属結晶構造

構造名	体心立方構造	面心立方構造	最密六方構造
略称	bcc	fcc	hcp
配位数	8	12	12
最近接原子間距離	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$\frac{\sqrt{2}}{2}a$	$\times a$
原子半径	$\frac{\sqrt{3}}{4}a$	$\frac{\sqrt{2}}{4}a$	$\frac{a}{2}$
格子内の正味原子数	2	4	6
原子充填率	68%	74%	74%
代表的な元素	Fe, Cr, W	Al, Cu, Au	Mg, Ti, Co
模式図			

- ・最近接原子: ある原子と接している別の原子 (剛体球モデルについて)
- ・最近接原子間距離: 最近接原子間の中心間距離
- ・原子半径: 最近接原子間距離の半分.
- ・配位数: ... の数
- ・最密方向: 原子が最も密に配列する方向 = 最近接原子が存在する方向
- ・原子充てん率: 単位格子内で原子の体積が占める正味の割合.

・例題: bcc 構造における原子充てん率 (=68%) を算出せよ.

格子定数 a , 原子半径 $r = \frac{\sqrt{3}}{4}a$

従って $V_{total} = a^3$, $V_{atom} = \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) \times 2 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4}a\right)^3 \cdot 2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{8}\pi a^3$$

$$\therefore \frac{V_{atom}}{V_{total}} = \frac{\sqrt{3}}{8}\pi = 0.68 \rightarrow 68\%$$

$$\underbrace{3.1415} \quad \underbrace{3.142}$$

4.3 格子欠陥

- ・格子欠陥
 - 点欠陥: 原子空孔, 格子間原子
 - 線欠陥: 転位
 - 面欠陥: 積層欠陥
 - バルク欠陥: クラック, ポイド
- ↓
- 材料の塑性変形に
 において重要な役割を果たす。

4.4 転位とは:

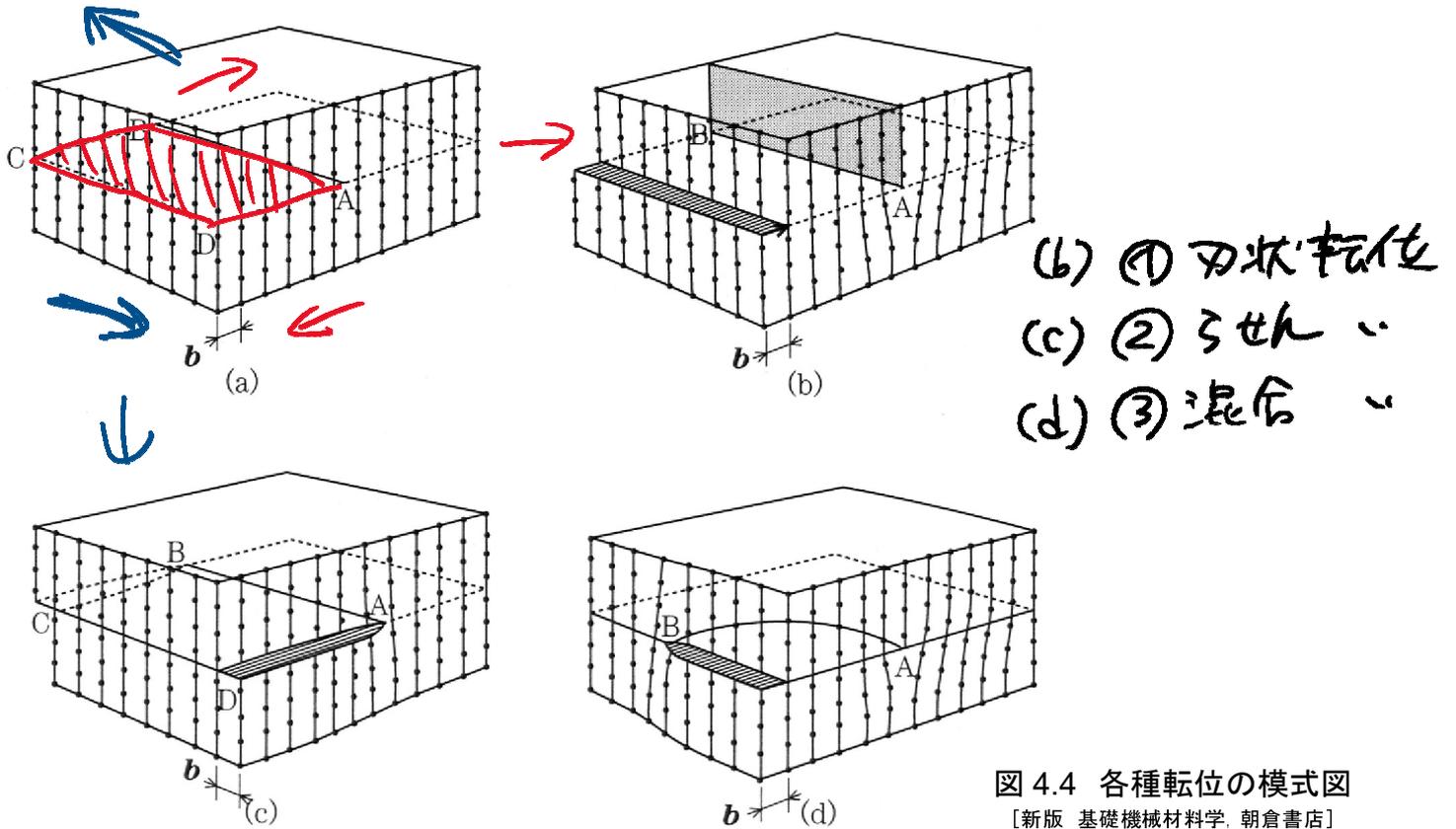


図 4.4 各種転位の模式図
[新版 基礎機械材料学, 朝倉書店]

●上図(a) [完全結晶] 中の面 ABCD に着目→面 ABCD における上下の原子結合を切断したと仮定

→ D→A 方向に力をかけ, 面 ABCD より上部の原子全てを 1 個分ずらしたと仮定

した状態: → (b), 刃状転位

- ・ 線分 AB 上の灰色面: 原子結合が途切れた「余分の半原子面」
- ・ その他以外は上下で原子が結合している。

→ D→C 方向に力をかけ, 面 ABCD より上部の原子全てを 1 個分ずらしたと仮定

した状態: → (c), らせん転位

- ・ らせん転位においては「余分の半原子面」は存在しない
- ・ 面端部 (CB部, DA部) では上下の原子結合は途切れているがそれ以外は結合している。

4.4 第4回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

●意見・感想

- ・結晶には欠陥があり理想とは差が生じることは知らなかった, グラフの縦軸横軸や形状の意味を知ること
で式を理解できる, 転位は原子の配列の乱れを生むことが分かった, 転位の種類について図で理解でき
た, 理論値と実測値で大きくずれることがわからなかったが説明を聞いて納得できた, 金属原子は規則正
しく結合していると思っていた:19
- ・忘れていた部分もあったので勉強する, 原子充填率は高校でやったが忘れていた部分が多かった, 用語
がたくさん出てきたので覚える, 転位について復習が必要, 前回の授業を休んだのでその復習をしっかり
行う:12
- ・高校で習ったのもあった, これまでの知識の確認+ α で理解は難しくなかった, 金属結晶構造が懐かしか
った, 各構造に対して立体的なイメージを持てるとより理解しやすくなる, それぞれの構造の性質が気にな
った:10
- ・新しい知識がたくさんあり難しかった, 刃状転位の理解が少し難しかった, 混合転位を調べる, 転位のイメ
ージがやはり難しい, 転位をしっかり覚えられていなかった:9
- ・小テスト難易度はちょうどよかった, 間違いに気づきやり直したので時間が厳しかった, 初歩的な計算ミス
をしていたことに気づいた, 授業の復習を兼ねる小テストのシステムは良い, 解けた, ε と ε' を間違えた,
参考問題の重要性がわかったのでしっかり対策して臨む, 符号を間違えた:8←今回の小テストは平均
6.1点, 満点24名でした. 前回より点数, 満点の人数ともに改善しましたので, 自主学習を適切にした人
が増えたのだと思います.
- ・講義内容が興味深く以前より集中できた, 専門的な講義は聞いていて難しいと感じるがそれを極めた先生
はすごい:2←私は全然極めていませんが, 先人たちが積み上げた知識のおかげですね.
- ・授業進行速度はちょうどよかった
- ・HPにアップロードされている記入済み講義ファイルがバグってみれない(PCでは見れた)←第2回講義フ
ァイルのこの欄に書いたはずですが・・・スマホでは表示が上手くいきません. PCで閲覧してください(スマ
ホのちっちゃい画面で見ても勉強の効率が上がるとは思えません).

●質問

- ・理想変形強度で一斉にずらすのは可能なのか?←そういう現象は起きません.
- ・刃状転位は真ん中にひずみが生じているのか?←ひずみというより, 無理やり原子位置が平衡位置から
ずらされることにより力の作用(応力場といいます)が発生します.
- ・フックの法則の $\tau = G\gamma$ と今回のGはいずれもせん断弾性係数か?←同じです.
- ・大学の物理では力はポテンシャルエネルギーのマイナス微分と習ったが荷重ではマイナスがなかった←
マイナスをつけるのは向きを考慮しているから, のはずです. この授業内の式の導出では, 荷重の方向
について特に考慮をする必要がありませんので符号はつけません.
- ・臨界せん断応力の理論値と実測値の差についてFeが他の材料とは異なり実測値が理論値より大きくなる
のはなぜか?←値だけでなく, 列毎の単位をよく見て下さい.
- ・小テスト(2)で $d_0 \times (1+\varepsilon')$ をまとめて電卓に入れるのと $1+\varepsilon'$ を有効数字を考慮して計算してから全体を計算
するののどちらがいいか?(2名)←何回も説明していますが, 加減算と乗除算が混ざった計算では, 分
けて計算しないと何桁取らなくてはいけないのか分かりにくくなります.
- ・板書ではFeについて $G=50\text{GPa}$ と書いていたが表4.1では書かれておらずわからなかった←済みません,
余計ややこしくしてしまったようですね.

- ・ポテンシャルエネルギーの式の導出の仕方は？←その前に1点修正がありました，図中の「P」は正しくは「P0」です．この式は図4.2の線の挙動をそのまま表しただけです(P0がベースのポテンシャルエネルギー[式の第1項]で，そこからの変動を第2項としており，平衡位置から上昇→下降という挙動を表現するため-cosを用い， b/x が原子1周期分に対する原子の移動距離，それを三角関数の1周期分と合わせるため 2π をかけています)
- ・一番理論値に近い材料は何なのか？←どれが一番なのかは私も知りません．
- ・どうして刃状転位では余分な半原子面が生じるのにらせん転位ではないのか？刃状とらせんについて余分な半原子面の有無によって呼び方が変わるのか？らせん転位はらせん状に転位が起きるわけではないのか？:(3名)←HPにアニメーションファイルをアップロードしておきました．そこで示していますが，「らせん」の由来はらせん転位の転位線(原子の移動が既に起こった範囲とまだ起こっていない範囲の境界線，刃状転位でいうところの「余分な半原子面」の下端の線)を中心にして一回転すると原子のズレが1段階生じており，その様がまるでらせん階段のようだからです．
- ・有効数字について問題に考慮しろと書いてなくても考えるべきか？←これも以前の小テスト中か授業中で話したはずですが・・・本講義においては特に「有効数字は考慮しなくていい」と明示しない限り全ての計算は有効数字を考慮してください．
- ・ひずみは単位がないのに[-]をつけなくてはいけないのか？←これは，全ての計算結果には後ろに単位をつけることが基本であり，その中でひずみの計算結果だけ何もついていないと単につけ忘れだと思われかねないので，それを避けるための表記です．
- ・ポアソン比の公式の導出過程は？←導出過程も何も，「縦ひずみに対する横ひずみの比」を取っているだけです．

4.5 第3回小テスト解答

ポアソン比 $\nu = 0.300$, 元の長さ $l_0 = 3.00$ m, 元の直径 $d_0 = 10.00$ mm の丸棒を垂直荷重 $W = 100.0$ N で引張り, 縦ひずみ $\varepsilon = 3.00 \times 10^{-3}$ を生じた.

Q.1 横ひずみ ε' [-] を求めよ. [4点]

A.1 ポアソン比 $\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$ より, 横ひずみ $\varepsilon' = -\nu\varepsilon$ (注: 引張なので横ひずみは負) $= -9.00 \times 10^{-4}$ [-]

Q.2 丸棒の変形後の直径 d [mm] を求めよ. [6点]

A.1 横ひずみの定義式 $\varepsilon' = \frac{d - d_0}{d_0}$ より, $d = d_0 \varepsilon' + d_0 = -9.00 \times 10^{-4} \cdot 10.00 + 10.00$

$$= -9.00 \times 10^{-3} + 10.00$$

$$= -0.00900 + 10.00$$

$$= 9.991$$

$$= 9.99 \text{ [mm]}$$

注: $d = d_0(\varepsilon' + 1)$ と一旦まとめて計算すると, $d = 10.00 \times (1 - 9.00 \times 10^{-4})$
 $= 10.00 \times [0.9991 \text{ or } 0.999]$

となり, 括弧内の桁数をどう取るかで 9.99 となるか 9.991 となるかが変わるかもしれませんが (私的にはこの場合でも括弧内の計算結果は 0.999 と思いますが). ですので, 一応この式から求めた人の場合は, 9.991mm という答えでも○としました.

参考問題

- Q.1 ヤング率 $E = 70.0 \text{ GPa}$, 元の長さ $l_0 = 100.0 \text{ mm}$ の丸棒が垂直荷重 700.0 N で引張られるとき, 生じる伸びを $\lambda = 1.00 \times 10^{-2} \text{ mm}$ 以下に抑えるためには, 直径 d を何 mm 以上にすれば良いか求めよ.