基礎材料組織学　第３回

前回：　・有効数字の原則
　　　　・有効数字を考慮した計算
　　　　・応力の定義

今回：　・応力の定義（続き）
　　　　・ひずみの定義
　　　　・弾性変形と塑性変形
　　　　・変形のメカニズム

3.1 「応力」とは？(2.3 の続き)

●**応力の形式**：部材への荷重のかかり方に着目する

① 部材を伸ばす／縮める方向：垂直応力

$$\underset{\text{シグマ}}{\sigma} = \frac{W}{A} \quad [\mathrm{MPa}]$$

② 部材をずらす方向：せん断応力

$$\underset{\text{タウ}}{\tau} = \frac{W}{A} \quad [\mathrm{MPa}]$$

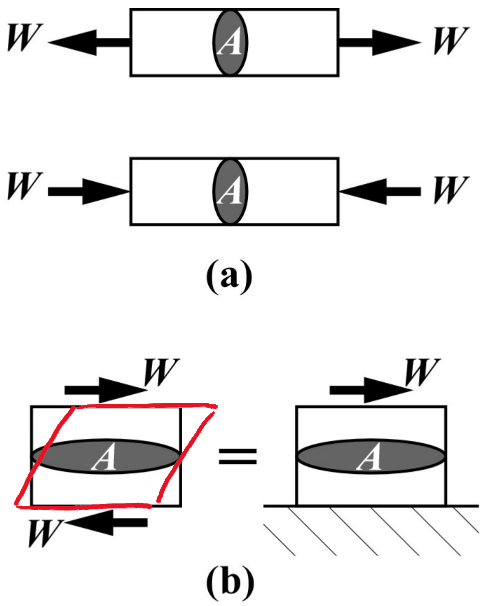


図 3.1 応力の形式

・反力について

3.2 「ひずみ」とは？

・問い：元の長さが異なる棒に同じ荷重をかけて

引張った場合，両者の伸び量を比較すると？

$A_1 = A_2$、つまり $\sigma_1 = \sigma_2$ であっても

$\lambda_1 > \lambda_2$ となる。

↓

「単位長さあたりの伸び量」として評価するべき

↓

$$\text{ひずみ} = \frac{\text{伸び量}}{\text{元の長さ}} \quad [\text{単位なし、無次元量}]$$

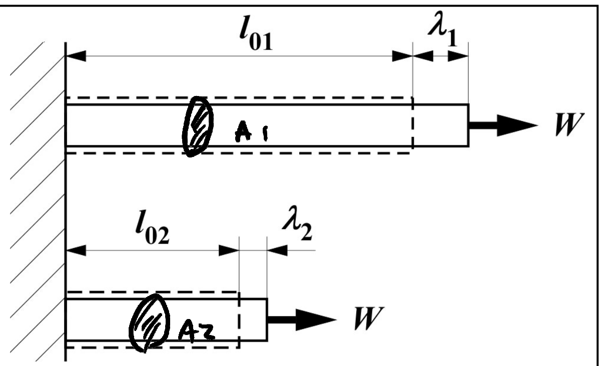


図 3.2 ひずみの概念

●ひずみの形式：

① 垂直応力によるひずみ → 長さ方向：伸びる (or 縮まる) → 縦ひずみ

$$\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0} = \frac{\lambda}{l_0}$$

イプシロン

→ 直径方向：縮まる (or 広がる)

→ 横ひずみ $\varepsilon' = \dfrac{d-d_0}{d_0}$

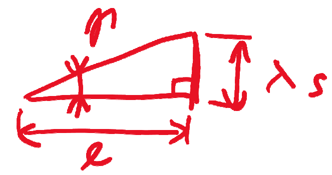
・縦ひずみと横ひずみの比：ポアソン比 $\nu = \left| \dfrac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$

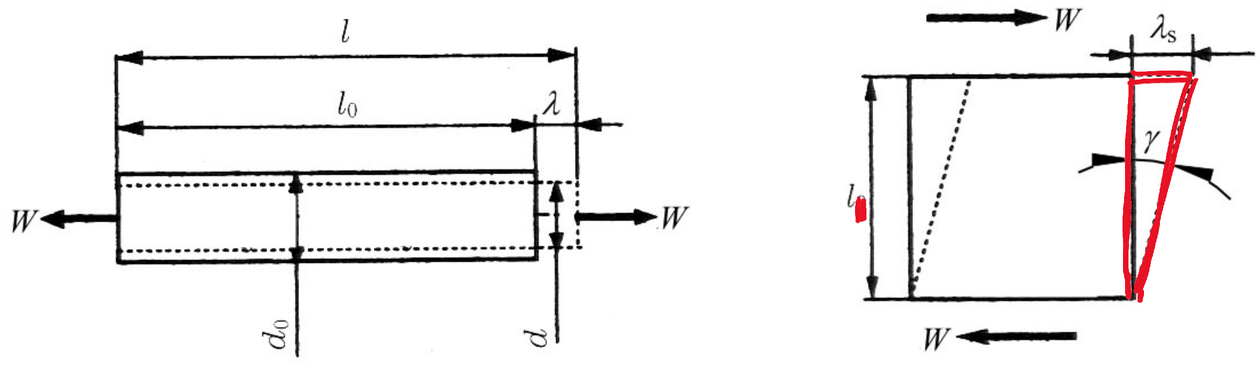
ニュー

εとε'いずれかが負になるため ← 絶対値をとる

② せん断応力によるひずみ $\tan\gamma = \dfrac{\lambda_s}{l}$ … γが微小，かつラジアンで取れば

せん断ひずみ: $\gamma \approx \dfrac{\lambda_s}{l}$





(a) (b)

図 3.3 ひずみの形式

［新版 基礎機械材料学，朝倉書店］

・例題：元の長さ l_0 = 100.0 mm，元の直径 d_0 = 10.0 mm の棒を垂直荷重 W = 10.0 kgf で引張ったとき，垂直応力 σ[MPa]は？また長さ l = 110.0 mm のときの縦ひずみ ε[-]は？

$W = 10.0\ \mathrm{kgf} = 10.0 \times 9.807\ \mathrm{N}$

$A = \dfrac{\pi d_0^2}{4} = \dfrac{\pi \cdot 10.0^2}{4}\ \mathrm{mm^2}$ ，$\sigma = \dfrac{W}{A} = \dfrac{4 \times 10.0 \times 9.807}{\pi \cdot 10.0^2}$

$= 1.248 \cdots\ \mathrm{N/mm^2}$

$= 1.25\ \mathrm{MPa}$

$$\lambda = l - l_0 = 110.0 - 100.0 = 10.0\ \mathrm{mm}$$

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l_0} = \frac{10.0}{100.0} = 0.100 = 1.00 \times 10^{-1}\ [-]$$

3.2 弾性変形と塑性変形

●材料に引張応力をかけ，その時の縦ひずみを
記録・プロットする

→ 応力－ひずみ線図

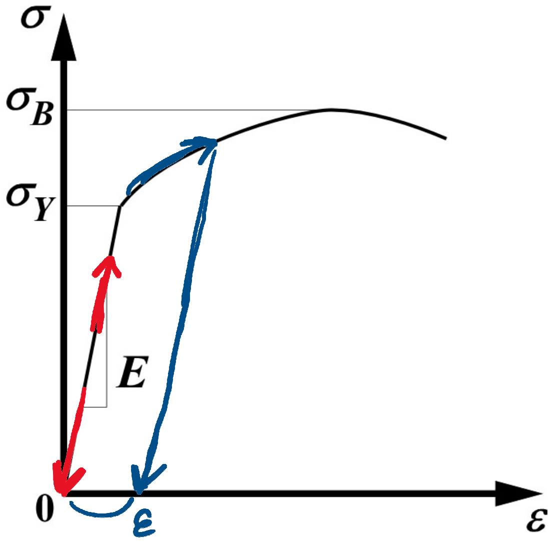


図 3.4 応力—ひずみ線図

①応力σ_Y以下の範囲：

・応力σと縦ひずみεが比例する

・σを0に戻すとεが消失する
（0になる）

→ 弾性変形（元に戻る変形）

②応力σ_Y以上の範囲：

・σとεは比例しない

・σを0に戻してもεは0には戻らない

→ 塑性変形（元に戻らない変形）

●弾性変形と塑性変形のしきい値となる応力σ_Y： 降伏応力
（降伏点、降伏強度）

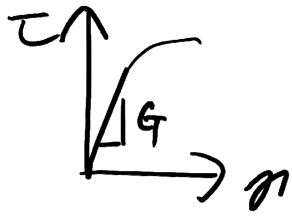
●弾性変形範囲内（σ_Y以下）での応力σと縦ひずみεの比例関係： フックの法則

$\sigma = E\varepsilon$ 縦弾性係数（ヤング率）

弾性変形のしやすさ、しにくさ

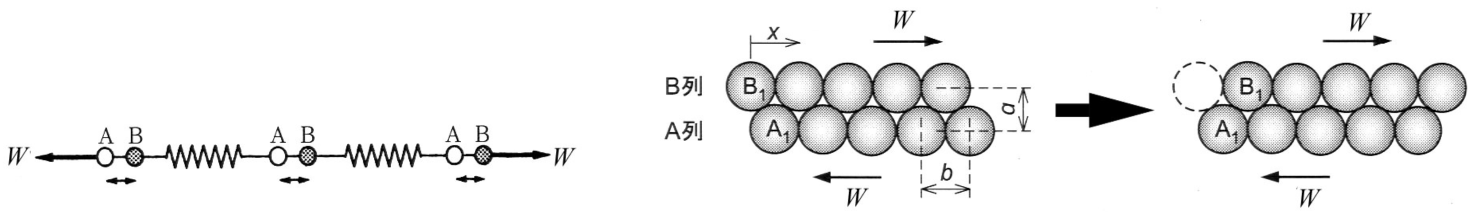
$\tau = G\gamma$

せん断弾性係数



・σ_B：引張強さ、その材料が耐えうる最大の応力

3.3 変形のメカニズム



(a) **(b)**

図 3.5 両変形のメカニズム
［新版 基礎機械材料学，朝倉書店］

・弾性変形：外力が小さい範囲であれば、原子位置が平衡位置より多少ずらされても元の位置に戻ろうとする。

・塑性変形：より大きい外力が作用することにより、原子が次の平衡位置まで完全に移動してしまった状態。

3.4 第 3 回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

●意見・感想

・今回は新しく学ぶことが多かった，応力やひずみについて理解できた，今日の講義で応力の理解度が上がった，弾性変形と塑性変形のメカニズムを理解できた，フックの法則を知った，ひずみは材料固有の値ではなく部材の形状に左右されることを理解した，異なる素材でも同様のひずみが生じることが驚き，ヤング率について実験で求めていたので理解できた，なぜ 2W にならないのか説明で理解できた，応力ーひずみ線図が思っていたより変な形で驚いた，ひずみの定義やポアソン比についてわかった：29

・垂直応力は何度もやっているので簡単だった，毎回の小テストで満点を取れるようにする，とてもわかりやすかった，次回の小テストのためしっかり復習する，実験で応力の項目をしたのでわかりやすかった，ひずみの計算は簡単だった，復習に勤しむ，垂直応力やせん断応力の違いを理解した，応力やひずみの復習になった，弾性変形や塑性変形のメカニズムを理解した，復習頑張る：11←再履修の皆さん，この調子（意識）で最後まで頑張ってください！

・小テストが有効数字のみの問題だと思って焦った，小テストに向けて自主学習することで授業の理解度が深まる，次回の小テストが不安，小テストがあまりできなかった，計算が容易だったため小テストは良かった，小テストの計算を間違えた気がする，いざとなると有効数字の計算が難しかった：7←今回の小テストは平均 5.5 点，満点 17 名でした．大半の人が有効数字の取り扱いを誤っており，その結果として点数が低くなったようです．詳しくは解答ページに記載しておきました．あと，「小テストが有効数字のみの問題だと思って焦った」というコメントはこの HP を見てないということなんでしょうね．落単一直線ですね．

・全体的に丁寧な説明だった，進行速度がちょうど良かった，わかりやすかった，例題があって講義内容を理解しやすかった，当たり前の現象で感覚的にはわかる内容だったが理論的に考えることはしたことがなかったので面白かった：7

・有効数字について復習をしっかりできていなくてわからない部分があった，有効数字の意識を強める，具体的な計算を通して有効数字の扱い方が理解できた，例題で有効数字を意識して計算できていなかった：5←今回の小テストや例題がスラスラ解けるようなら，有効数字の理解はバッチリということです．

・復習をしっかり行う，新しい用語をしっかり区別して覚える，弾性変形と塑性変形がごちゃごちゃにならないように復習する：5

・σY より大きな応力を加えてしまうと元の形状に戻らないのでものづくりでは弾性変形の範囲内で収まるように工夫しているのかなと思った←まさにその通りです！

・N/mm^2=MPa を覚えておくと便利だと思った←ぜひ覚えておいてください．

・進行速度は少し遅く感じた←今後もそういうふうに感じられるといいですね．

●質問

・断面積について$\frac{\pi {d_0}^2}{4}$とは何か？←前回講義で説明したはずですが・・・$\pi r^2 = \pi \left(\frac{d_0}{2}\right)^2 = \frac{\pi {d_0}^2}{4}$，つまり円の面積を半径 r からでなく直径 d_0 から直接求めるための式です

・σ=ES においてσが大きいほど E が大きくなるので断面積が小さいほど弾性変形がしやすいということ？←まず，"ES"ではなく"Eε"です．次に E はσが大きかろうが小さかろうが一定です（傾きですので）．断面積が小さければσとしては高くなるでしょうから，弾性変形範囲内でのεは大きくなるでしょうね．

・今回の小テストで 10.0mm という数値は 0 が並んでいるが小数点があるので有効数字は 3 桁でいいのか？←この場合，小数第一位の 0 まで測定結果として求められた 0 と理解できます（前回説明した「有効数字の原則」③参照）ので，有効数字 3 桁で間違いありません．

・今回の小テストの(2)は計算過程に単位も書かなければいけないか？またその単位は SI か？←計算過程は単位は不要ですが，求められた値には単位を付す必要があります（どんな計算でもそうでしょう）．特に指定がなければ当然 SI 単位です．

・休講日と補講日を忘れてしまったので再度連絡して欲しい←第 1 回の講義ファイルに書いてあるんですが・・・これも HP を見てないということですね．

・問題文に「棒」とだけ書かれた時に断面積をどう計算していいかわからない←今回の P.2 の例題のことでしょうか？問題文には正確には「元の直径 d 0 = 10.0 mm の棒」と書いてあったんですが，これで断面積の計算の仕方がわからないのでしょうか・・・？こうなってくると数学ではなく国語の問題ですね・・・

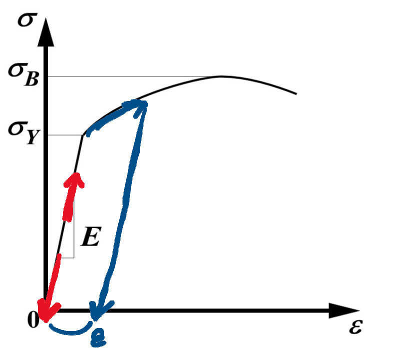
・垂直応力とせん断応力で式が一緒になることがわからなかった←うーん，逆にどう違う式になると思うのでしょうか？部材内のある面に垂直もしくは平行に作用する外力を，その面の面積で除して「単位面積あたりの力」と定義するので，垂直だろうがせん断だろうがこの定義式しか取りようがないと私は思いますが．

・横ひずみのとき収縮された円は楕円になるのか？その時の直径は長径を取るのか短径を取るのか？←まず，収縮した形状として「楕円」を想定しますか？なぜ一部は収縮が大きく，一部は収縮が小さいという不均一な収縮を想定するのでしょうか？普通に考えれば，この収縮は断面形状に対して均一に生じ，よって収縮後の形状も円のままです．

・ひずみによって体積も変化するのか？←これ重要な観点で，授業でも説明したように弾性変形により原子位置は微細なずれを生じる（＝原子間隔の広がり）ため，弾性変形では体積はわずかに変化します．一方，塑性変形では原子間隔の変化がない（＝原子の 1 個分単位での移動）ため，体積は変化しません．

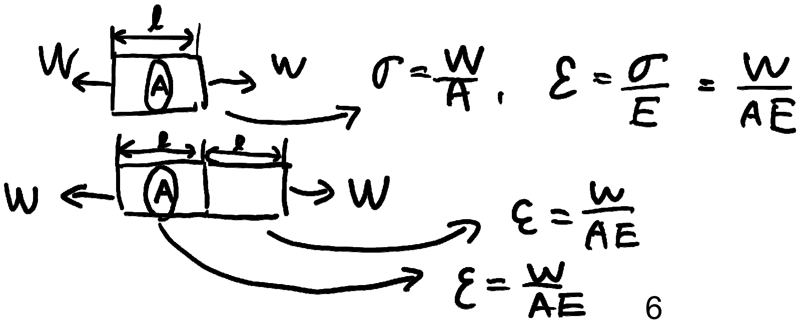
・破断点まで伸ばす時，引張強さ以降は σ が下がるがどうすれば最大まで伸ばせるのか？←これもいい質問ですね．これは，今回示した応力ーひずみ線図での応力の定義として「変形前の元の断面積」を分母にとっていることに起因します．でも実際は，特に塑性変形後は断面積は収縮しますので，実際の収縮した断面積に基づく応力ーひずみ線図は最後まで上昇し続けます．

・78.525...を有効数字 3 桁でまとめる場合，「7.85×10」「78.5」「7.85×10^1」のどれが一番いいのか？←どれでも誤りではありませんので，どれでもいいです．



・塑性変形からひずみが減少するのはなぜか？塑性変形から応力を 0 に戻すときなぜ直線的に下がるのか？←授業で右図のように描きましたが，ここで青線が斜めの直線で減少するのは，応力を負荷した際に最初の変形として生じる弾性変形分が，ここで消失していくからです（これを「弾性回復」と呼びます）．ですので，この青い直線は赤線の弾性変形領域の傾き（ヤング率として定義）と同じ傾きの直線となります．

・応力が同じでも元の長さが長い方が伸びが大きいことがピンと来なかった（2 名）←これも弾性変形で考えると，荷重 W が長さ l・断面積 A の棒にかかるとき生じるひずみは ε =W/(AE)となります．荷重は棒全体に均一に伝わりますので，ここで長さ 2 l の棒を考えると，それぞれ l の長さに対して同じひずみ ε が生じることになり，結果として下の棒のひずみは 2ε となる，ということです．



3.6　第 2 回小テスト解答

直径 $\boldsymbol{d}$ = 10.0 mm の丸棒を荷重 $\boldsymbol{W}$ = 100.0 N で引っ張る場合(a)と，直径 $\boldsymbol{d}$ = 20.0 mm の丸棒を荷重 $\boldsymbol{W}$ = 200.0 N で引っ張る場合(b)を考える．以下の問いに答えよ．
（計算は全て有効数字を考慮する．部分点あり）

(5.00mmも問題あり)　10.0mmと意味が違う！

Q. 1　直径 $\boldsymbol{d}$ = 10.0 mm の場合の丸棒の断面積 $\boldsymbol{A}$ [mm²]を求めよ．[4 点]

「79mm」と丸めたのも減点！

注：ここで「5mm」「5.0mm」を用いて計算した場合はすべて減点！

A.1　$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10.0^2}{4} = 78.53... = \boxed{78.5}$ mm²

有効数字3桁

Q.2　丸棒における負担が大きいのは(a)と(b)のどちらかを答えよ．[6 点]

A.2　直径 $\boldsymbol{d}$ = 20.0 mm の場合　$A = \frac{\pi \cdot 20.0^2}{4}$ = 314.15...=314 mm²

(a)の場合：$\frac{100.0}{78.5}$ = 1.27 N/mm²

(b)の場合：$\frac{200.0}{314}$ = 0.637 N/mm²　　よって(a)の方が負担が大きい

注：ここできちんとそれぞれの応力を求めて比較していない場合もすべて減点！

参考問題

ポアソン比 $\nu = 0.300$, 元の長さ $\boldsymbol{l_0} = 3.00$ m, 元の直径 $\boldsymbol{d_0} = 10.00$ mm の丸棒を垂直荷重 $\boldsymbol{W} = 100.0$ N で引張り, 縦ひずみ $\varepsilon = 3.00 \times 10^{-3}$ を生じた.

Q. 1　横ひずみ ε' [-]を求めよ.［4 点］

Q. 2　丸棒の変形後の直径 $\boldsymbol{d}$ [mm]を求めよ.［6 点］