

4.1 測定における平均

- ・母平均：母集団の完全な平均値, 「真の値」とみなす

例: 全校生徒の身長平均, クラス全員の試験平均 

- ・測定における母平均: 無限回の繰返し測定に基づき得られる



標本平均

母平均

母分散 (母標準偏差)

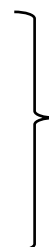
4.2 標本分布

- 正規分布する母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ (例: 偶然誤差を含む無限回の測定値) から n 個の標本 (n 回の測定) を抽出し, 標本平均 $\bar{x}$ を算出する.

問い: $\bar{x}$ の算出を複数回行った場合, どのような結果が得られるか?

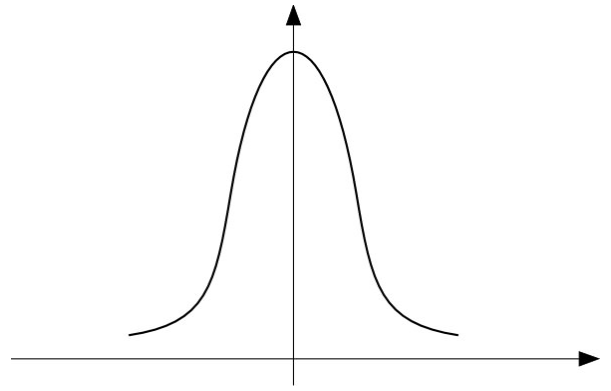
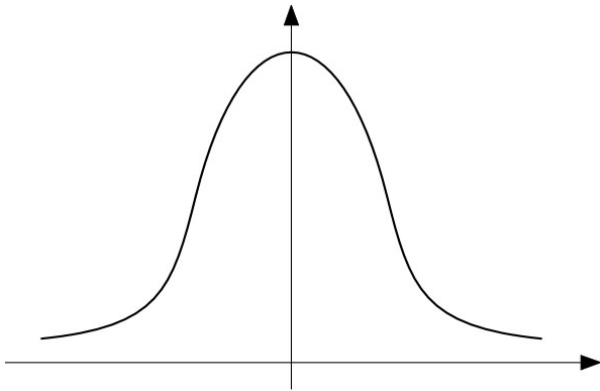
正規分布母集団
(無限回測定値)

$$N(\mu, \sigma^2)$$



●正規分布する母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から抽出した n 個の標本による標本平均 $\bar{x}$:

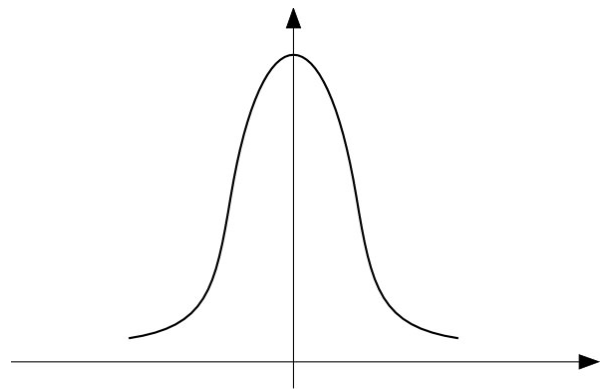
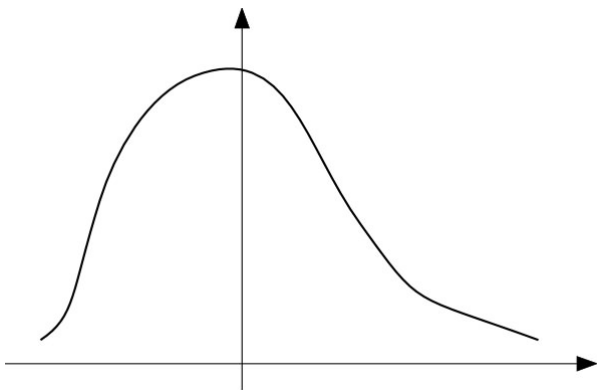
・



・

・ちなみに・・・標本 n が大きければ, 母集団が正規分布でなくとも $\bar{x}$ の標本分布は近似的に

$N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ の正規分布となる. →「中心極限定理」

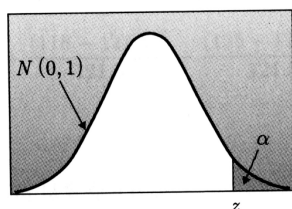


4.3 標本分布の標準化

- ・例題: 小学生の1ヶ月の小遣いが, $\mu = 2250$ 円・ $\sigma = 360$ 円の正規分布に従うとき, ランダム抽出した36名の小遣い平均 $\bar{x}$ が2400円を超える確立を求めよ.

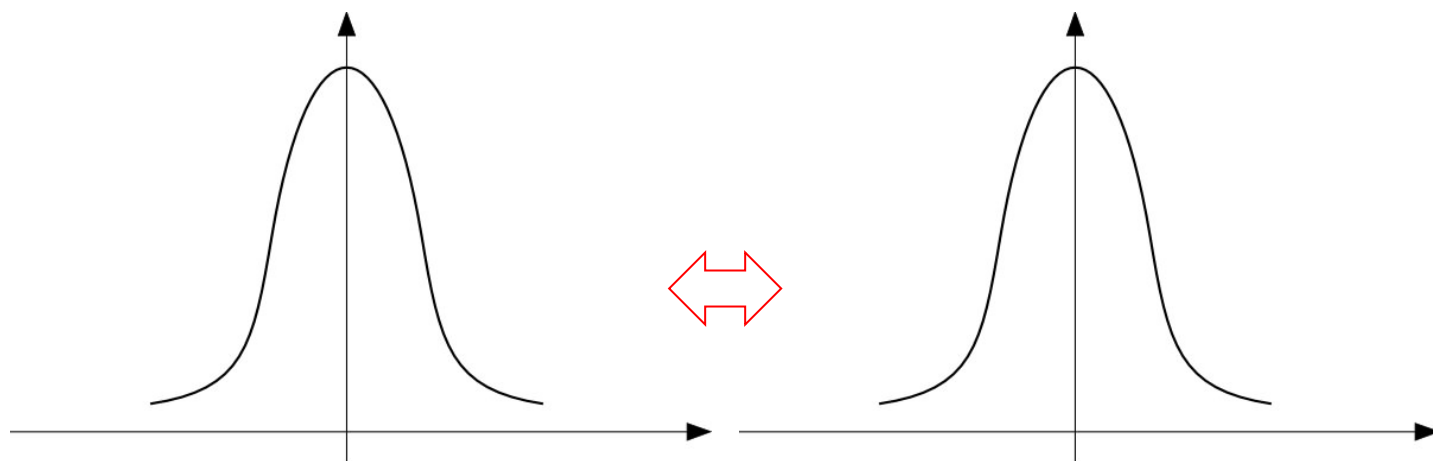
付表1 正規分布の上側確率 α

$$\alpha : P(Z \geq z) = \alpha$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0067	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014

4.4 母平均の区間推定(母分散 σ^2 が既知の場合)



・ μ の不確かさ:

・ μ の不確かさ:

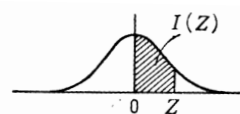
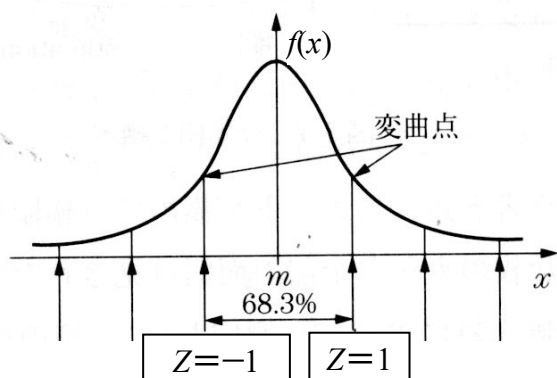
・区間に含まれる確率:

・区間に含まれる確率:

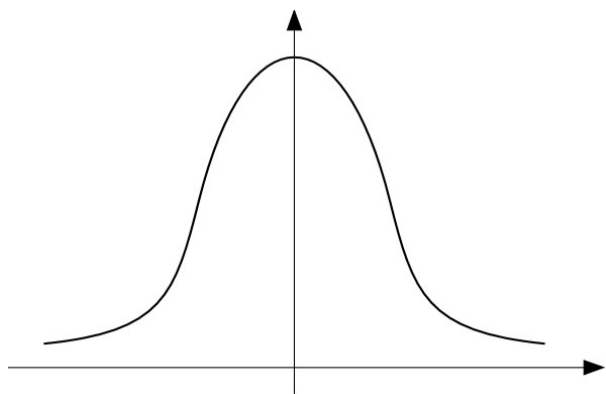
●区間推定方法

・変数変換 $Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ により, 区間を Z の値にて指定する.

例: $Z = 1$:



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
+0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
+0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
+0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
+0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
+0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
+0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
+0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
+0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
+0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3079	0.3106	0.3133
+0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
+1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621



$$1 - \alpha = P\left(-Z \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \leq Z\right) = P\left(\bar{x} - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

・例題: ある金属塊の質量を 5 回測定し, 以下の結果を得た. 測定値は母分散 $\sigma^2 = 3.10$ の正規分布であることが分かっているとき, 信頼係数 95% ($Z = 1.960$) で母平均 μ の信頼区間を求めよ.

$$x_1 = 89.6 \text{ g}, x_2 = 88.8 \text{ g}, x_3 = 91.3 \text{ g}, x_4 = 78.5 \text{ g}, x_5 = 85.8 \text{ g},$$