

材料評価学 第5回

- 前回：
- 引張試験における
 - 加工硬化指数
 - くびれ発生時の応力とひずみ
 - 材料の破壊



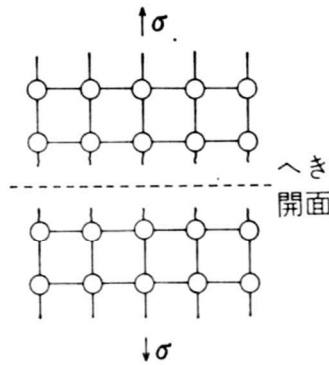
- 今回：
- 引張試験における
 - 理想破壊強度
 - 破壊強度と表面エネルギー
 - 強度を低下させる因子

5. 引張試験 4

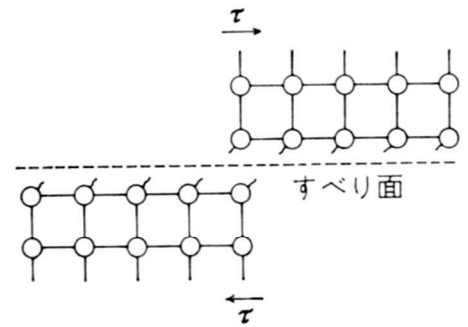
5.1 理想破壊強度

●結晶レベルでの破壊：

原子結合の切断
形態により右の2つに
大別



(a) へき開形破壊



(b) せん断形破壊

図 5.1 原子結合切断形態

①理想へき開破壊強度 σ_{th} ：微視的せい性破壊と関連

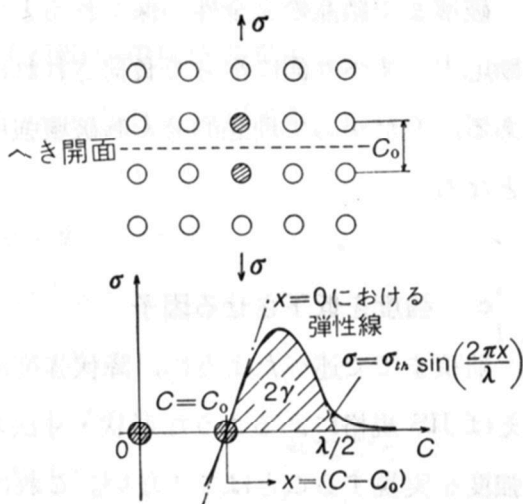


図 5.2 理想へき開破壊強度

●へき開面をはさむ最近接原子間の応力 σ

→ 原子間の引力と斥力の作用の
和としてモデル化

・ σ と原子間距離の関係 → $\sigma = \sigma_{th} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$
 λ : $\sin$ 関数の 1 周期
 x : 元の格子点 ($C = C_0$) からのずれ

・ x が微小の範囲: 応力とひずみは比例 (E に一致)

$$\rightarrow \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{x=0} = E \quad \left(\varepsilon = \frac{x}{C_0} \right)$$

・ ひずみの定義: $\varepsilon = \frac{x}{C_0}$ を代入

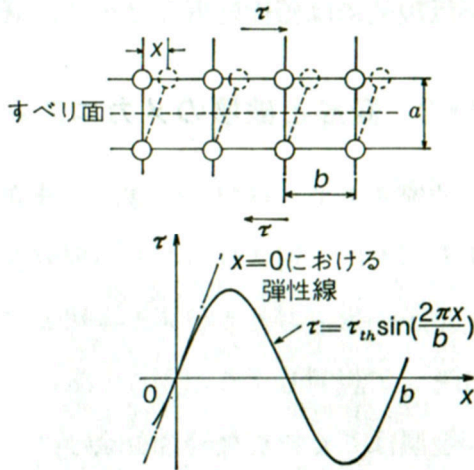
$$\rightarrow \sigma = \sigma_{th} \sin \frac{2\pi C_0 \varepsilon}{\lambda}$$

$$\left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{x=0} = \left[\sigma_{th} \cdot \frac{2\pi C_0}{\lambda} \cdot \cos \frac{2\pi C_0 \varepsilon}{\lambda} \right]_{\varepsilon=0} = E$$

$$\sigma_{th} = \frac{E\lambda}{2\pi C_0} \quad \xrightarrow{1} \quad \lambda \div C_0 \text{ とすると } \sigma_{th} \div \frac{E}{2\pi}$$

②理想せん断破壊強度 τ_{th} :

微視的延性破壊と関連

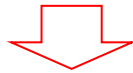


→ 理想変形強度 (昨年の授業で簡単に説明) のモデルに基づき、変形が進行することで石炭土壌に至り考える。

$$\tau_{th} = \tau_{max} (\text{理想変形強度}) \div \frac{G}{2\pi}$$

図 5.3 理想せん断破壊強度

・ σ_{th} , τ_{th} とも弾性係数の 1/10 程度



● 実際の破壊強度 (へき開・せん断ともに) は材料中に含まれる欠陥の影響により低くなる。

● σ_{th} / τ_{th} 比による破壊挙動の相違

- ・ $\sigma_{th} / \tau_{th} < 1 \rightarrow$ へき開破壊優先、脆性固体
- ・ $\sigma_{th} / \tau_{th} > 1 \rightarrow$ せん断、延性固体
- ・ $\sigma_{th} / \tau_{th} \div 1 \rightarrow$ 条件次第で脆性/延性遷移を生じる。

・ 問い: 結晶構造は上記で示した破壊挙動にどのような影響を及ぼすか?

bcc (Fe, W): 「応力集中」や「低温脆性」の影響下ではへき開破壊を生じる。
→ 3番目

fcc (Cu, Au): へき開強度が高いためほぼせん断破壊のみ。
→ 2番目

5.2 理想へき開破壊強度と表面エネルギー

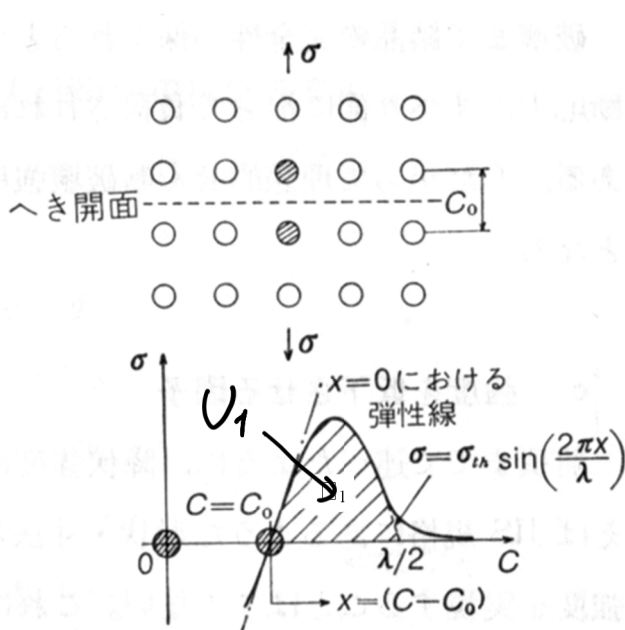


図 5.4 理想へき開破壊強度のモデル

●原子同士が $\sigma = \sigma_{th} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ の応力を受ける

・破壊までにこの応力のなす仕事:

$$\begin{aligned} \rightarrow U_1 &= \int_0^{\lambda/2} \sigma_{th} \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) dx \\ &= \sigma_{th} \frac{\lambda}{2\pi} \left[-\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\right]_0^{\lambda/2} \\ &= \frac{\sigma_{th} \lambda}{\pi} \end{aligned}$$

●液体や固体の表面には表面張力が生じ、そのエネルギーを表面エネルギーと呼ぶ。

・固体の破壊時には新生面の形成が伴うため、破壊後は表面エネルギーの増加が必要

$U_2 = 2\gamma$ γ: 単位面積あたりの表面エネルギー

→ 新生面は必ず2つに亘る, 2π形成される

●「破壊のためになされた仕事 U_1 」が全て「破壊によって形成された新たな表面の表面エネルギー U_2 」に変化する、と仮定する。

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 \\ \frac{\sigma_{th} \lambda}{\pi} &= 2\gamma \\ \left[\frac{\lambda}{\pi}\right] &= \frac{2\gamma}{\sigma_{th}} \end{aligned}$$

前節導出式 $\sigma_{th} = \frac{E\lambda}{2\pi C_0}$ に代入

$$\sigma_{th} = \frac{E}{2\pi C_0} \cdot \frac{2\gamma}{\sigma_{th}} \rightarrow \sigma_{th}^2 = \frac{E\gamma}{\pi C_0}$$

$$\therefore \sigma_{th} = \sqrt{\frac{E\gamma}{\pi C_0}}$$

表面エネルギーと理想へき開破壊強度の関係式

5.3 強度を低下させる因子

●「材料の機械的強度」の意味を再考する

→ 「変形しにくい」 → 理想変形強度としてモデル化
 ↳ 塑性変形

・ 理想変形強度を低下させる因子：転位

→ 「破壊しにくい」 → 理想へき開 (or セン断) 破壊
 ↳ 原子結合の切断
 強度としてモデル化

・ 理想へき開破壊強度を低下させる因子：
 応力集中源 (欠陥)

例題：鉄の理想へき開破壊強度 σ_{th} を求め、一般構造用炭素鋼 SS400 の引張り強さ σ_B $= 400 \text{ MPa} = 4 \times 10^8 \text{ Pa}$ と比較せよ。ここで $\gamma = 2.0 \text{ J/m}^2$, $E = 200 \text{ GPa}$, $C_0 = 2.5 \times 10^{-10} \text{ m}$ とする。

$$\gamma = 2.0 \text{ J/m}^2 = 2.0 \text{ N/m}, \quad E = 200 \text{ GPa} = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2,$$

$$C_0 = 2.5 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$\therefore \sigma_{th} = \sqrt{\frac{\gamma E}{C_0}} = \sqrt{\frac{2.0 \times 2 \times 10^{11}}{2.5 \times 10^{-10}}} = 4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$= \underline{4 \times 10^{10} \text{ Pa}}$$

$$\underline{\sigma_{th} / \sigma_B = 100}$$

5.4 第5回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

●意見

- ・練習問題だけでは勉強が不十分だった、小テストが難しかったので解説してほしい、小テストでグラフの見方を忘れてしまっていた、小テストで苦戦した、単位変換にもう少し慣れたい、小テストで出るところを聞き逃してテストが良くなかった、小テストを解く時数式が出てこなかった、今回の小テストでようやく問題の慣れを感じた、過去にやった公式を忘れてしまっていると小テストで分かった、小テストが今回から難しくなってきたと感じた、今まであせってしまい計算ミスをしたり見直しができなかったが今回はしっかりできた、計算に時間がかかった、単位の書き忘れがあったかもしれない、例題は溶けるが小テストになると解けなくなる、 σ_t と ε_t が混ざって小テストが解けなかった、時間はかかったがとりあえずできた、前回の授業を休んでしまい小テストができなかった、電卓を忘れてしまい地獄を見た、難しく手が動かなかった、グラフの読み取りにつまづいた:25←今回の小テストは平均5.2点、満点19名でした。満点の人数が前回より増えた(前回7名)ことから、計算を順序立てて最後まで行える(=今までの内容も含めて理解できている)か、そうでないかの差が大きかったものと思われます。解説は、最後のページでいつもより詳しく書いておきましたので、今までの授業内容が理解できていればこの位の解説で十分かと思います。
- ・次回までに理解する、復習する、もっと勉強する、用語が増えてきたのでしっかり覚える、色々な単語や式が出てきたのでここで総復習する、 σ_{th}/τ_{th} の比からどのような破壊になるか判断できるようにしたい、以前の内容も含めて復習したい、コンスタントに勉強する:21
- ・表面エネルギーについて理解できた、材料の強度を低下させる因子が転位や欠陥だと分かった、 σ_{th} と τ_{th} の違いを理解し導出もできた、理想と現実の強度はかなり差があるとわかった:7
- ・結晶構造が破壊挙動に影響を及ぼすのが面白い、専門性が増した授業が多くなってきて楽しくなってきた、 $\sigma_{th}/\tau_{th} \approx 1$ のとき条件次第で破壊挙動が変わるのが面白い、ちょっとずつ復習している効果が出ている気がした、小テストの勉強をすることで授業への理解度も高まったと感じた:5←勉強ですのでやればやっただけ効果は出てくるものと思います。頑張ってください。
- ・破壊強度そのものは難しくないがへき開面などがまだ整理ができていない、去年の授業で習った理想変形強度を忘れていた、へき開型破壊とせん断型破壊を混同しそうになった、だんだん復習じゃなくて新しい学びに入っていってると感じた、もっとグラフについて学ぶ必要がある:5
- ・例題で単位などを間違えてしまったので今後はわざわざmに直したりしない、例題で計算ミスをしたがどのようにミスしているのかわからない、計算で毎回Paを使っていたので積極的にmmを使っていく、計算途中でmやMなどを揃えて計算してしまう癖があり変換しないままの方が楽な時もある:4←もちろん、計算全体を通して単位は揃える必要がありますが、「どの単位に揃えるか」の坎どころの問題ですね。
- ・第2回配布の「まとめプリント」のようなものがあると嬉しい←何をどうまとめましょうか。

●質問

- ・理想へき開破壊強度とエネルギーの関係で $\sigma \times C$ がなぜエネルギー単位になるのかわからなかった←説明不足でした、ここで扱っているU1もU2も「単位面積あたりのエネルギー」ですので、 $\sigma \times C$ で与えています(通常のエネルギーの次元であれば「力×距離」ですよ)。
- ・破壊挙動と結晶構造の関係を同じ元素でできている物質(例:黒鉛とダイヤモンド)で考えてみたが、結晶構造が違うから全体の構造が変わるのか違う要因から全体の構造が変わるのかわからない←せん断型破壊であれば、塑性変形(=転位の運動)の延長上での破壊ですので転位の動きやすさに関わってきます。ここに結晶構造が影響を及ぼします。
- ・破壊に至らない程度の仕事は原子の移動エネルギーになるのだろうか←弾性変形レベルの変位であれ

ば原子間力との釣り合いとなりますし、塑性変形段階であれば転位運動(=原子の移動)の駆動力となります。

- ・へき開・せん断とも応力と原子間距離のグラフが $\sin$ で表せることがなぜできるのか？ ← 結局、いずれの破壊形態においても現象としては「原子の平衡位置からの移動」が起きますので、原子間の力の作用によって引力が強く作用する範囲と斥力が強く作用する範囲が正弦波的に現れるのは変わらない、ということです。
- ・イオン結晶では原子がずれると電氣的に反発が起こるのでせん断破壊なのではないか ← イオン結晶ではすべり面における原子の移動よりへき界面でのへき開が生じやすいです。
- ・「破壊のためになされた仕事」と「形成された表面エネルギー」の大きさが等しいと仮定したが実際はどれ位エネルギーが失われているのか？ ← 今回は、理想へき開破壊強度と表面エネルギーの式を導出するため等しいと仮定しましたが、次回説明する「破壊モデル」では、「供給されるエネルギー」が「き裂進展に必要なエネルギー」を上回ったときに破壊が生じると考えます。エネルギー的な解釈では後者の方が適切です。
- ・理想へき開破壊強度を求める際に $\lambda \simeq C_0$ とできる理由がわからなかった ← 口頭でも言いましたが、確かに λ と C_0 では2倍近い差がある可能性があります。ただ、これも工学的近似として「いずれも結晶内の代表的スケールとして同程度」、とみなそうということです。

5.5 第4回小テスト解答

Q.1 元の直径 $d_0 = 10.0 \text{ mm}$, 元の長さ $l_0 = 100.0 \text{ mm}$, 加工硬化指数 $n = 0.0198$ の丸棒に対して引張試験を行い, 以下に示す荷重-伸び線図を得た. この図から塑性係数 K を求め, この材料の真応力 σ_t -真ひずみ ε_t の関係式として示せ. [10 点, 部分点あり]

A.1 最終的には σ_t と ε_t , n の値をべき乗硬化則の式に代入して K を求め, 式を完成させる

まず σ_n を求める, くびれ発生時の $\sigma_n =$ 引張強さ $\sigma_B = \frac{30721}{\pi \times 10.0^2 / 4} = 391.15 \dots \text{ N/mm}^2 = 391 \text{ MPa}$

くびれ発生時の公称ひずみ $\varepsilon_n = 2.00 / 100.0 = 0.0200 [-]$

→くびれ発生時の真応力 $\sigma_t = \sigma_n (\varepsilon_n + 1) = \sigma_B (0.0200 + 1) = 398.82 \dots = 399 \text{ MPa}$

→くびれ発生時の真ひずみ $\varepsilon_t = n$ の関係より, n が既知のため $\varepsilon_t = 0.0198$
(真ひずみと公称ひずみの関係式から求めても可)

べき乗硬化則 $\sigma_t = K \varepsilon_t^n$ より, $K = \frac{\sigma_t}{\varepsilon_t^n} = \frac{399}{0.0198^{0.0198}} = 431.22 \dots = 431$

$\therefore \sigma_t = 431 \varepsilon_t^{0.0198} \text{ [MPa]}$ (Pa 単位で算出しても可, その場合は " $K = 431 \times 10^6$ ")

注: $W = 30005 \text{ N}$ の値で計算しても同様の結果が得られる, $W = 30452 \text{ N}$ は不可!

