

材料評価学 第2回

前回： ・ 応力とひずみに関する復習



今回： 引張試験における
・ 応力—ひずみ線図
・ 公称応力と真応力
・ 公称ひずみと真ひずみ

2. 引張試験 1

●引張試験とは？

JISに規定された形状の
引張試験片に引張荷重をかけ、
破断するまでの荷重と伸びを
連続的に記録する
引張試験方法。

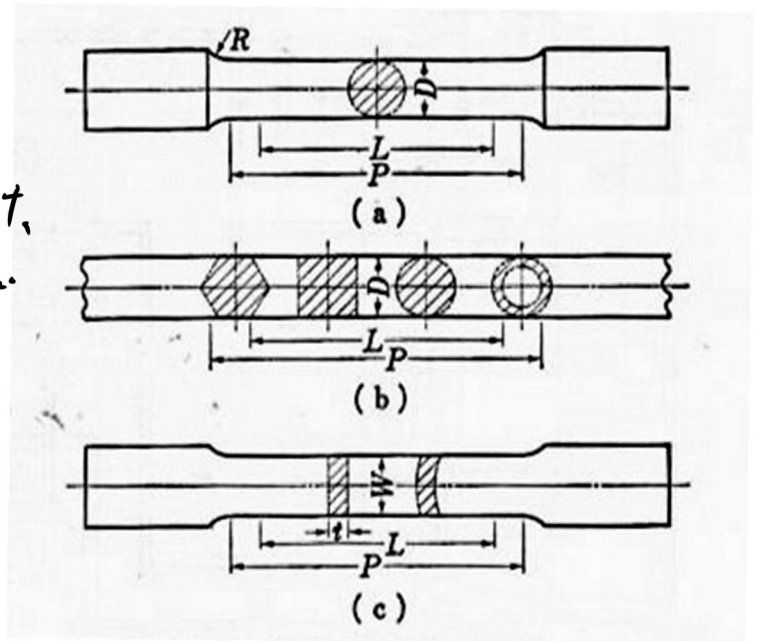


図 2.1 引張試験片の形状例

●引張試験実施の様子映写（約 5 分）

2.1 応力－ひずみ線図：引張試験片により得られた荷重データと
応力に、伸びデータをひずみにそれぞれ変換し、グラフ化
したもの。

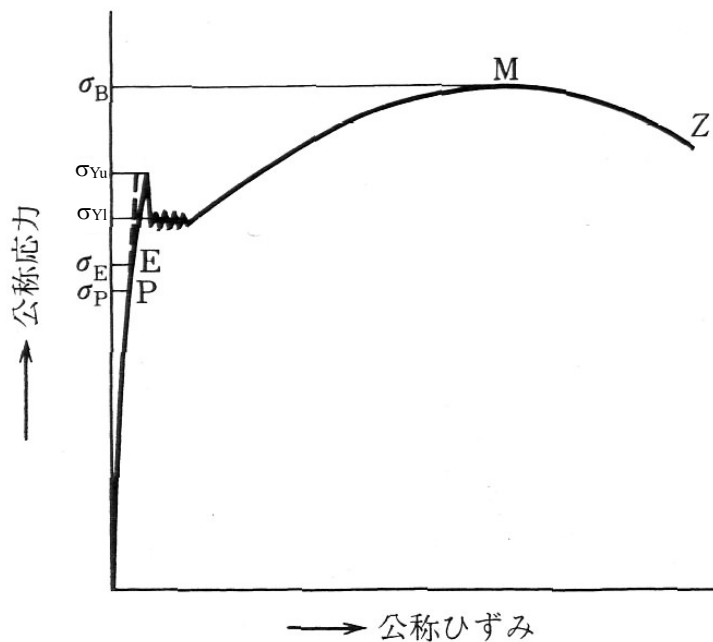


図 2.2 軟鋼の応力－ひずみ線図

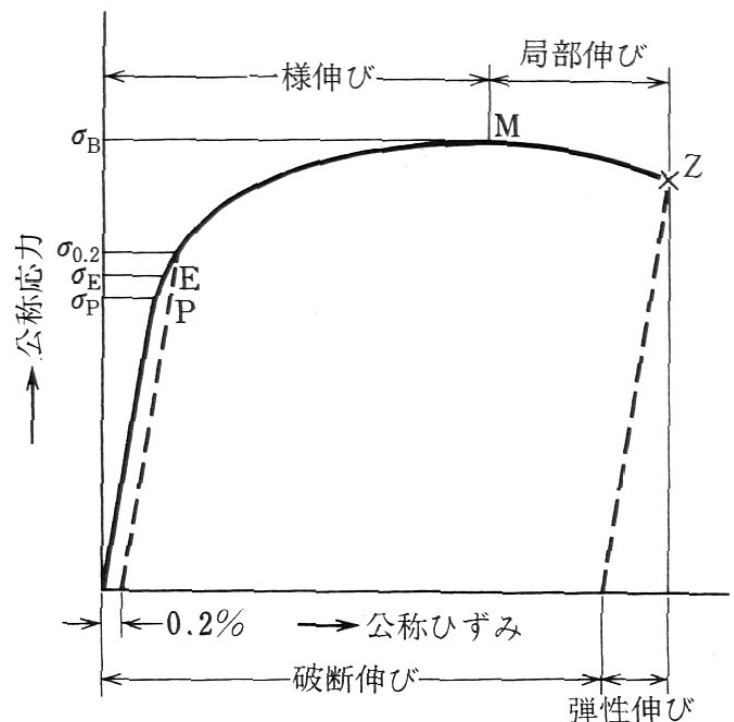


図 2.3 アルミ合金の応力－ひずみ線図

・比例限度 σ_P : 応力とひずみが線形である上限

・弾性限度 σ_E : 弾性変形を示す上限

非線形
弾性

・降伏点(上降伏点および下降伏点) σ_Y (σ_{YU} および σ_{YL}):

顕著な塑性変形の開始点

・耐力 $\sigma_{0.2}$: 降伏点と示さない材料における、降伏点の代わり

・引張強さ σ_B : 材料が示す最大の応力。となる指標。

・破断伸び δ : $\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100 [\%]$, 破断時の「ひずみ」
 l_0 : 元の長さ, l_1 : 破断時長さ

・絞り ϕ : $\phi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100 [\%]$, A_0 : 元の断面積
 A_1 : 破断時断面積

2.2 公称応力と真応力

●垂直応力の定義: $\sigma = \frac{W}{A_0}$

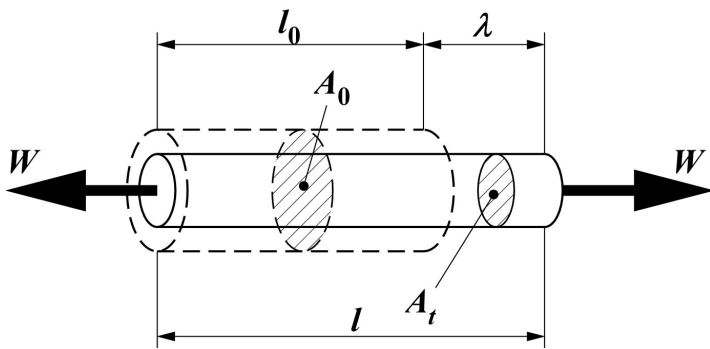
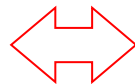


図 2.4 垂直応力を受ける丸棒

・垂直応力が作用する→ 断面積が減少する

・減少した断面積 $A_t < A_0$ のため、 σ は「変形時点の応力」ではない。

●公称応力: $\sigma_n = \frac{W}{A_0}$



●真応力: $\sigma_k = \frac{W}{A_t}$

・ A_t は 試験進行に伴い変化する
 → 正確に測定するには?

- ・ 問い: 引張試験中の断面積を正確に測定する方法はあるか?

・ 長さ & 体積から計算
 ・ 光学的投影

- ・ かつ均一塑性変形であれば
 ・ 体積不変の原則: $A_0 l_0 = A_t l \rightarrow A_t = A_0 \frac{l_0}{l}$ } 真応力の式に代入
 ・ 縦ひずみの定義: $\epsilon = \frac{l}{l_0} - 1 \rightarrow \frac{l}{l_0} = \epsilon + 1$

$$\sigma_t = \frac{W}{A_t} = \frac{W}{A_0} \frac{1}{\epsilon + 1} = \left(\frac{W}{A_0} \right) (\epsilon + 1) = \sigma_n (\epsilon + 1)$$

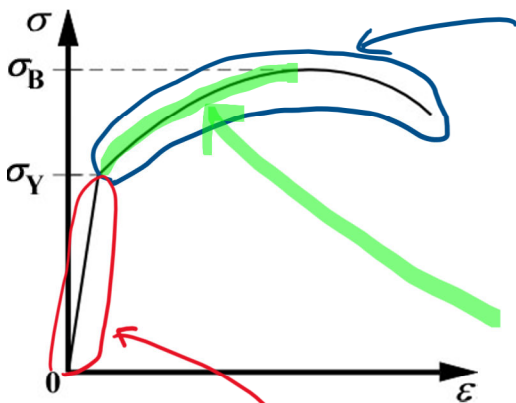


図 2.5 応力-ひずみ線図の各領域

・ 注 1: 体積変化がないのは塑性変形の時 (弾性変形は体積変化が起る)

・ 注 2: 塑性変形による均一変形はくびれ発生以前のみ (応力的には σ_B 以前)

・ 注 3: ϵ が微小の領域では $\sigma_n \div \sigma_t$

2.3 公称ひずみと真ひずみ

● 垂直ひずみ (縦ひずみ) の定義: $\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 = \frac{\Delta}{l_0}$

- ・ 伸びている瞬間の「元の長さ l_0 」と「長さ l 」は刻々変化する

・ 引張を受ける材料 (その時間の長さ l , 微小伸び dl) における微小ひずみ $d\epsilon = \frac{dl}{l}$ より、伸びている瞬間のひずみを定義する。

●真ひずみ: $\epsilon_t = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0}$

$\left[\begin{array}{l} \ln : \text{自然対数} \\ \log \log e \Leftrightarrow \log_{10} \text{常用対数} \end{array} \right]$

●公称ひずみ: $\epsilon_n = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 \rightarrow \frac{l}{l_0} = \epsilon_n + 1$

$\rightarrow \epsilon_t = \ln \frac{l}{l_0} = \ln (\epsilon_n + 1)$ 真ひずみはその時の公称ひずみから求められる。

$\sigma_t = \sigma_n (\epsilon_n + 1)$

- ・ 例題: 垂直荷重 $W = 10.0$ [kgf], 元の直径 $d_0 = 10.0$ [mm], 元の長さ $l_0 = 100.0$ [mm], 伸び $\lambda = 1.00$ [mm] で局部収縮開始前の真応力 σ_t [MPa] および真ひずみ ϵ_t [-] を求めよ。

均一変形

$W = 10.0 \text{ kgf} = 10.0 \times 9.807 \text{ N}, d_0 = 10.0 \text{ mm}, l_0 = 100.0 \text{ mm}$
 $\lambda = 1.00 \text{ mm}$

$\epsilon_n = \frac{\lambda}{l_0} = 1.00 \times 10^{-2} [-]$

$\sigma_n = \frac{4W}{\pi d_0^2}$

$\sigma_t = \sigma_n (\epsilon_n + 1) = 1.2611 \dots \text{ N/mm}^2 = \underline{1.26 \text{ MPa}}$

2.4 応力とひずみのまとめ

	荷重形式	基準	呼称・記号	定義式
応力 (強度を評価する尺度)	垂直	元の断面積 A_0	公称(垂直)応力 σ_n [引張/圧縮]	$\sigma_n = \frac{W}{A_0}$
		変形中の瞬間の断面積 A_t	真(垂直)応力 σ_t [引張/圧縮]	$\sigma_t = \frac{W}{A_t}$ $\sigma_t = \sigma_n(\varepsilon_n + 1)$ (くびれ発生前)
	せん断	$A = A_0 = A_t$ (変化無し)	せん断応力 τ	$\tau = \frac{W}{A}$

	荷重形式	変形方向	基準	呼称・記号	定義式
ひずみ (変形を評価する尺度)	垂直	縦 (長さ方向)	元の長さ l_0	公称(縦垂直)ひずみ ε_n [引張/圧縮]	$\varepsilon_n = \frac{\lambda}{l_0}$
			変形中の瞬間の長さ l	真(縦垂直)ひずみ ε_t [引張/圧縮]	$\varepsilon_t = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l}$ $\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1)$ (くびれ発生前)
		横 (直径方向)	元の直径 d_0	横(公称垂直)ひずみ ε' [引張/圧縮]	$\varepsilon' = \frac{d - d_0}{d_0}$
			変形中の瞬間の直径 d	通常は扱わない (ε_t との差が微小なため)	
	せん断		$l = l_0$ (変化無し)	せん断ひずみ γ	$\gamma = \frac{\lambda_s}{l}$

注: 呼称における括弧内は通常省略する。

2.5 第2回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

●意見

- ・計算問題で 10 の累乗の指数がいつも合わない, $\text{N/mm}^2=\text{MPa}$ の変換を忘れていた, 最後の例題の式を間違えた, 実際に計算するのが難しかった, kgf の扱い方を忘れていた, 有効数字に注意する, 例題の真応力の値を間違えた, 計算方法が分かっているにもかかわらず計算ミスが多発する, しっかり見直しをする:15←**計算問題は、今後の3年実験のレポートにも関わってきますので、有効数字の取り扱いや単位変換を正確にできるようになりましょう。**
- ・ひずみがいくつもあるので混同しないようにする, 様々なひずみや応力が出てきて混乱した, 新しい応力とひずみを整理する, 応力とひずみをごちゃごちゃしてきた, 式が多くて覚えるのが大変:14
- ・学習範囲が少ないうちから復習を頑張りたい, 復習(プリントちら読み)はざっくりしかしていなかった, 昨年内容をまとめて復習する, 予習復習をしっかりとした状態で授業に臨む, 復習の時もっと単位に意識を向けないと不安になる, 昨年以上に予習と復習をしっかりとする:14
- ・小テストでミスをしてしまった, 小テストの問題が解けなかった, あまり自信を持って解答できなかった, 難しなかったが解けなかった, 勉強が足りなかった, 小テストができずすごく後悔した:7←**今回の小テストは平均6.2点, 満点16名でした。かなりの数の人が有効数字の取り扱いや単位不記載の誤りを犯していました。**
- ・断面積の減少による垂直応力やひずみの変化を求める計算ができるようになった, 真応力や真ひずみを測定ではなく計算で求めることを理解した, ひずみの定義に疑問があったので授業を聞いてスッキリした:5
- ・引張試験の映像が面白かった, 材料によっては断面積が変化すると聞いて好奇心をくすぐられた, 動画を見たことで講義内容が簡単に頭に入った, 実際に引張試験をすることを考えると今まで習ってきたことだけでは解決できないことがあった:5←**動画は今後も示せる回で示していきます。**
- ・新たな用語が増えたので定義をしっかりと確認する, 覚えることが多くなったので整理する:4
- ・真ひずみを求めるために微小ひずみを導入したのは面白い考え方だ, 「伸びている途中の応力やひずみ」という考え方はなるほどと思った, 断面積変化のため公称応力と真応力に分けるということにより深く学んでいると実感した, 変化し続けるから積分でひずみを求めるのを納得した:4
- ・学生(2人)は意見をよく思いつくなと思った, 光学的投影の案は自分にはなかった:2←**他の人の意見は自分の考えにはないことが多いと思いますので新鮮ですね。**
- ・授業速度と小テストの難易度ともにちょうど良かった:2
- ・自然対数を" $\ln$ "で表すことがわかったが式中の変数で" l "がある場合ややこしい←**確かに。そういう場合は自然対数の他の表し方(" $\log$ "や" $\log_e$ ")と使い分けらるでしょうね。**
- ・席が近かったので話し合いがやりやすかった←**席が離れていると話しくそうだなとはこれまでも感じていたので、変えてみて良かったです。**
- ・大学入学時から気になっていた講義なので頑張りたい←**態度で示してくださいね！**
- ・組織学の知識が抜けている部分が多い←**去年の復習は必須です。**
- ・授業の速度から3年になったことを実感した←**今日は比較的スムーズだったかと思います。**
- ・電卓の使い方に慣れる←**これも必須です！**
- ・毎回小テストの時に日付が分からなくなる←**分からなければ無理に書かなくていいですよ。**
- ・1回挙手できたので次回からもバンバン挙手する←**是非！**
- ・最後のプリントのまとめがわかりやすかった←**自分でまとめてみた方が理解が深まると思います, 参考として毎年配っています。**

- ・絞りの定義式の分子で A_0 から A を引いていたのがモヤモヤした(+)にするためというのは理解しているが) ←よく気づきましたね, 私もそう思います.

●質問

- ・もしも欠陥のない完璧な材料が作れたとしたら破断は中心で起こるのか? ←うーん, そうなるとなおさら破断位置は確率的問題になる気がします.
- ・真ひずみの導出で「元の長さ l_0 」も変化するのか? ←いえ, 「その時の長さ l 」と「その時の微小伸び dl 」が時間に伴い刻々と変化するだけで, 「元の長さ l_0 」は変化しません.

注: 時間内でお知らせし忘れました, 次回の大事なところは「公称ひずみからの伸びや真ひずみの算出」です.

2.6 第1回小テスト解答

Q.1 下図の応力-ひずみ線図よりヤング率 E を求めよ. [10 点]

A.1 ヤング率: 弾性変形領域における応力とひずみの比例係数なので, 下図の○の位置を取る

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \therefore 300.0 / 0.00250 = 1.20 \times 10^5 \text{ MPa} = 1.20 \times 10^2 \text{ GPa}$$

○主な誤答: 応力とひずみの値を取る位置の誤り, フックの法則の式の誤り, 単位不記載, 有効数字の不適切な取り扱い, 計算間違い

◎有効数字の観点から, 答えをどのように表記するのが正しいか?

$1.20 \times 10^2 \text{ GPa} \neq 120 \text{ GPa}$ (後者は減点)

$1.20 \times 10^2 \text{ GPa} \neq 1.2 \times 10^2 \text{ GPa}$ (後者は減点)

