材料評価学　第 5 回

前回：　　引張試験における

- 加工硬化指数
- くびれ発生時の応力とひずみ
- 材料の破壊

今回：　　引張試験における

- 理想破壊強度
- 破壊強度と表面エネルギー
- 強度を低下させる因子

5.　引張試験４

5.1　理想破壊強度

●結晶レベルでの破壊：

原子結合の切断形態により右の2つに大別される.

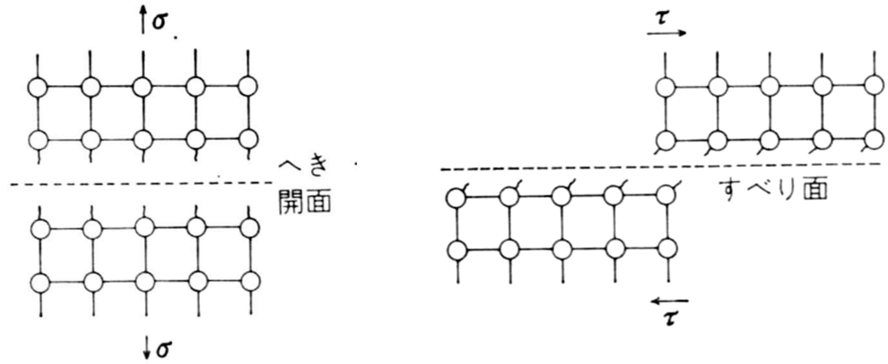

図 5.1　原子結合切断形態　(a) へき開形破壊　(b) せん断形破壊

①理想へき開破壊強度σth: 微視的ぜい性破壊と関連する.

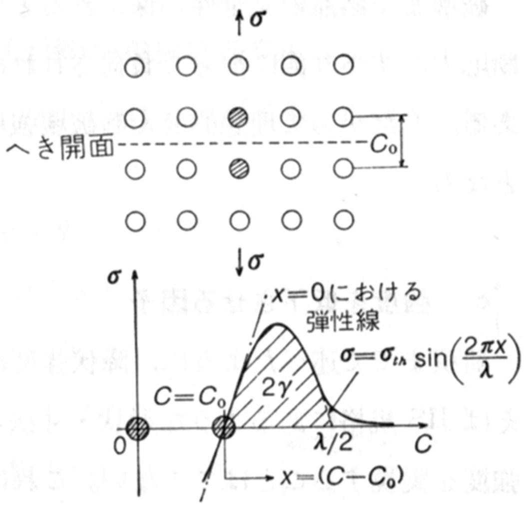

図 5.2　理想へき開破壊強度

●へき開面をはさむ最近接原子間の応力σ

→ 原子間の引力と斥力の作用の和としてモデル化

・σと原子間距離の関係→ sin関数で近似

$$\sigma = \sigma_{th}\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

λ: sin関数の1周期

x: 格子点($C=C_0$)からのずれ

・x微小の範囲: 応力とひずみは比例 → Eに対応

$$\left.\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_{x=0} = E$$

・xとεの関係: $\varepsilon = \frac{x}{C_0}$ $\boxed{\left(\leftrightarrow \varepsilon = \frac{\lambda}{l_0}\right) \text{変形量}}$

$$\therefore \sigma = \sigma_{th}\sin\frac{2\pi C_0 \varepsilon}{\lambda}$$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_{x=0} = \left[\sigma_{th}\cdot\frac{2\pi C_0}{\lambda}\cdot\cos\frac{2\pi C_0\varepsilon}{\lambda}\right]_{\varepsilon=0} = E$$

$$\therefore \sigma_{th} = \frac{E\lambda}{2\pi C_0}$$ → λ≒C₀と考えると $\sigma_{th} = \frac{E}{2\pi}$

②理想せん断破壊強度τ_{th}: 微視的延性破壊と関連する.

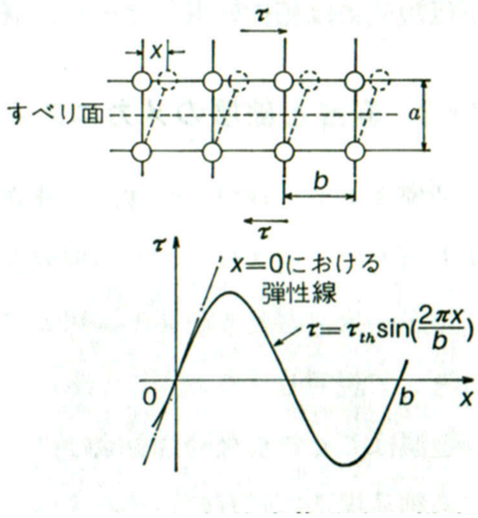

図 5.3 理想せん断破壊強度

◎理想変形強度(2年時、「基礎材料組織学」にて解説)と同一モデル,
変形が進行することで破壊に到ると考える.

$$\tau_{th} = \tau_{max} \doteqdot \frac{G}{2\pi}$$

(理想変形強度)

・σ_{th}, τ_{th}とも弾性係数の 1/10 程度

⇩

● 実際の材料の破壊強度(へき開・せん断ともに)は、材料中に含まれる欠陥により著しく低い.

●σ_{th} ／τ_{th} 比による破壊挙動の相違

・ $\sigma_{th} / \tau_{th} \ll 1$ → へき開破壊優先 = ぜい性固体
・ 〃 $\gg 1$ → せん断破壊優先 = 延性固体
・ 〃 $\doteqdot 1$ → 条件次第でぜい性破壊も延性破壊も起き得る. (延性−ぜい性遷移)

・問い:結晶構造は上記で示した破壊挙動にどのような影響を及ぼすか?

・fcc (Cu, Au, Ni …) へき開破壊はほぼ生じない
・bcc (Fe, W, …) 「応力集中」や「低温ぜい性」の影響でへき開破壊を生じる.

5.2 理想へき開破壊強度と表面エネルギー

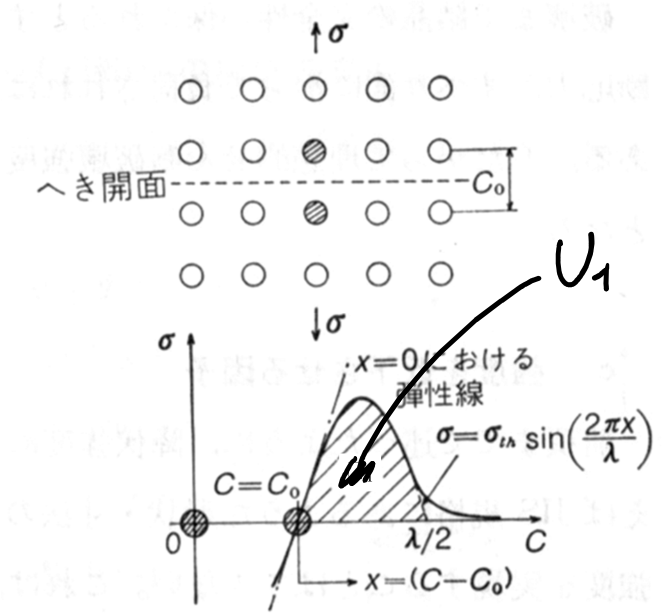

図 5.4　理想へき開破壊強度のモデル

●原子同士が $\sigma=\sigma_{th}\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ の応力を受ける

・ 破壊までにこの応力のなす仕事：

→ 斜線部分の面積 U_1 に等しい。

$$U_1=\int_0^{\lambda/2}\sigma_{th}\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)dx$$

$$=\sigma_{th}\frac{\lambda}{2\pi}\left[-\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\right]_0^{\lambda/2}$$

$$=\frac{\sigma_{th}\lambda}{\pi}$$

●液体や固体の表面には表面張力が生じ，そのエネルギーを表面エネルギーと呼ぶ.

・ 固体が破壊すると新たな表面(=破面)が生じるため、破壊後は表面エネルギーが U_2 だけ増加する。

$U_2=2\gamma$　　γ：単位表面積あたりの表面エネルギー

破断時に形成される破面は必ず対となる。

⇩

●「破壊のためになされた仕事 U_1」が全て「破壊によって形成された新たな表面の表面エネルギー U_2」に変化する，と仮定する.

$$U_1=U_2$$

$$\frac{\sigma_{th}\lambda}{\pi}=2\gamma$$

$$\boxed{\frac{\lambda}{\pi}=\frac{2\gamma}{\sigma_{th}}}$$

↓

前節導出式

$\sigma_{th}=\frac{E\lambda}{2\pi C_0}$ に代入

→ $\sigma_{th}=\frac{\gamma E}{\sigma_{th}C_0}$

$\therefore\ \sigma_{th}=\sqrt{\frac{\gamma E}{C_0}}$

表面エネルギーと理想へき開破壊強度との関係

5.3 強度を低下させる因子

●「材料の機械的強度」の意味を再考する

→「変形しにくい」↔ 理想変形強度

↳ 塑性変形

・理想変形強度を低下させる要因：転位

→「破壊しにくい」↔ 理想へき開破壊強度

↳ 原子結合の切断

・理想へき開破壊強度を低下させる要因：欠陥

(応力集中源)

例題：鉄の理想へき開破壊強度$\sigma_{\mathbf{th}}$を求め，一般構造用炭素鋼 SS400 の引張り強さ$\sigma_{\mathbf{B}}$＝400 MPa＝4×10^8 Pa と比較せよ．ここでγ = 2.0 J/m^2, $\boldsymbol{E}$＝200 GPa, $\boldsymbol{C_0}$＝2.5×10^{-10} m とする．

$\gamma = 2.0\ \mathrm{J/m^2} = 2.0\ \mathrm{N\cdot m/m^2}$

$= 2.0\ \mathrm{N/m}$

$E = 200\ \mathrm{GPa} = 2\times10^{11}\ \mathrm{N/m^2}$

$C_0 = 2.5\times10^{-10}\ \mathrm{m}$

$\sigma_{th} = 4\times10^{10}\ \mathrm{Pa}$

$$\sigma_{th} = \sqrt{\frac{2.0\times2\times10^{11}}{2.5\times10^{-10}}} = 4\times10^{10}\ \mathrm{N/m^2} = 4\times10^{10}\ \mathrm{Pa}$$

5.4 第 5 回講義に関する意見･感想･質問のまとめ

●意見・感想

・今回の小テストは前回の復習に相応しい難易度だった，公式を完全に覚えておらず値がおかしくなってしまった，力と応力を読み違えていた，式を混同してしまった，小テストができた，難易度はちょうど良かったが時間がギリギリだった，小テストが不安，計算量が多かった，応用ができず悔しかった，しっかりと復習できたのでスムーズに解けた，計算や値は合っていたのに電卓の入力で間違えた，π が抜けていることに気づかなかった，次の小テストで点を取れるようにしたい，どう解いていいか分からないレベルで難しい，自分で復習して公式に当てはめることができた，復習が足りなかった，小テストで間違えるとその後の講義で気になってしまい手につかなくなってしまう，単位について間違えた，全体的な理解が浅かった，計算ミスが多かった，べき乗硬化則を適用する際にグラフのどの位置の数値を使うかが曖昧だった，授業プリントを一通り復習していれば解ける問題だった，塑性係数の理解が足りていないことがわかった，答えを求める道筋がよく分からず難しかった，$\sigma t=K\varepsilon t^n$ を覚えていなかったので解けなかった:35

←今回の小テストは，平均 5.5 点･満点 12 名でした.

←「べき乗硬化則を適用するグラフ上の位置」について，最後 K を求める際の σt と εt の値は一対であれば σB の位置（W=30721N）か σY の位置（W=30005N）いずれでも構いません，いずれも均一伸びの塑性変形領域ですので.

←前回の授業内容からして，$\sigma t=K\varepsilon t^n$ は最低限覚えてなきゃダメでしょ･･･

←「小テストを間違えると授業中気になってしまう」っていうのは分かりますが，切り替えが大事ですね.

・例題を含め復習する，用語（へき開･ぜい性･延性など）を復習する，昨年の講義を復習する，昨年の内容と関連づけて覚える，しっかり復習する，表面エネルギーを復習する，毎回新しい式が出るので過去で取り扱ったものも使えるように覚えておきたい，破壊という現象について前回の講義とともに復習する，破壊強度について理解できるよう復習する:18

・全体的に内容は理解しやすかった，強度について理解することができた，結晶の破壊についてよく理解できた，結晶構造によって破壊挙動に差があることがわかった，原子の配列まで話がつながっていて感動した，:7

・昨年学んだところとかぶっていたところもあったが難しく感じた，難しい内容ではないがややこしい内容だと感じた，数式は理解できたが概念をまだ理解できていない部分があった:4

・今までの小テストやその解答などを講義資料として欲しい:1←毎回アップしてますが，見てないんでしょうか．それとも印刷して配って欲しいってこと？自分で書き写してください.

●質問

・σth の「th」は何の略か？←「theoretical」の略です.

・scc の結晶では破壊挙動に特徴はないのか？←「scc 結晶」というのを私は知らないのですが，「sc（単純立方格子）」のことでしょうか？金属元素でその構造を取るものも知らなかったので調べたところ，ポロニウムという元素がそれだそうです.

5.5 第 4 回小テスト解答

Q.1　元の直径 d_0 = 10.0 mm，元の長さ l_0 = 100.0 mm，加工硬化指数 n = 0.0198 の丸棒に対して引張試験を行い，以下に示す荷重ー伸び線図を得た．この図から塑性係数 K を求め，この材料の真応力 σ_tー真ひずみ ε_t の関係式として示せ．［10 点，部分点あり］

A.1　引張強さ $\sigma_B = \dfrac{30721}{\pi \times 10.0^2 / 4}$ = 391.15… N/mm² = 391 MPa

くびれ発生時（＝引張強さ σ_B 時）の公称ひずみ ε_n = 2.00 / 100.0 = 0.0200 [-]

くびれ発生時の真応力 $\sigma_t = \sigma_n(\varepsilon_n + 1) = \sigma_B(0.0200 + 1)$ = 398.82… = 399 MPa

真応力と真ひずみの関係式 $\sigma_t = K\varepsilon_t^{\,n}$ より，$K = \dfrac{\sigma_t}{\varepsilon_t^n} = \dfrac{399}{0.0198^{0.0198}}$ = 431.22… = 431

$\therefore \sigma_t = 431\varepsilon_t^{0.0198}$