材料評価学　第２回

前回：　　・応力とひずみに関する復習

今回：　　引張試験における

・応力―ひずみ線図
・公称応力と真応力
・公称ひずみと真ひずみ

2.　引張試験１

●引張試験とは？

JISに規定された形状の試験片に引張荷重をかけ、破断するまでの荷重と伸びを連続的に記録する試験.

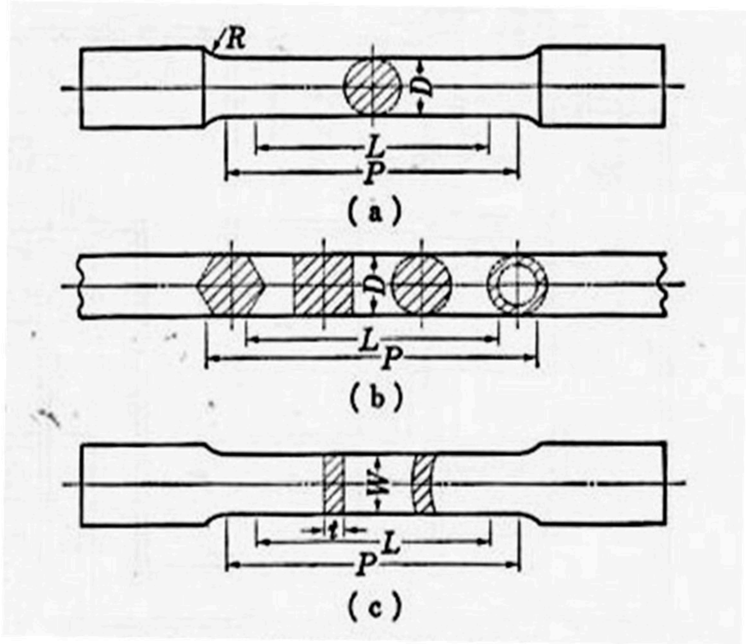


図 2.1　引張試験片の形状例

●引張試験実施の様子映写（約５分）

2.1　応力－ひずみ線図: 引張試験によって得られた荷重データを応力に、伸びデータをひずみに変換し、プロットしたもの。

◎軟鋼において特徴的な応力ーひずみ線図が見られる。

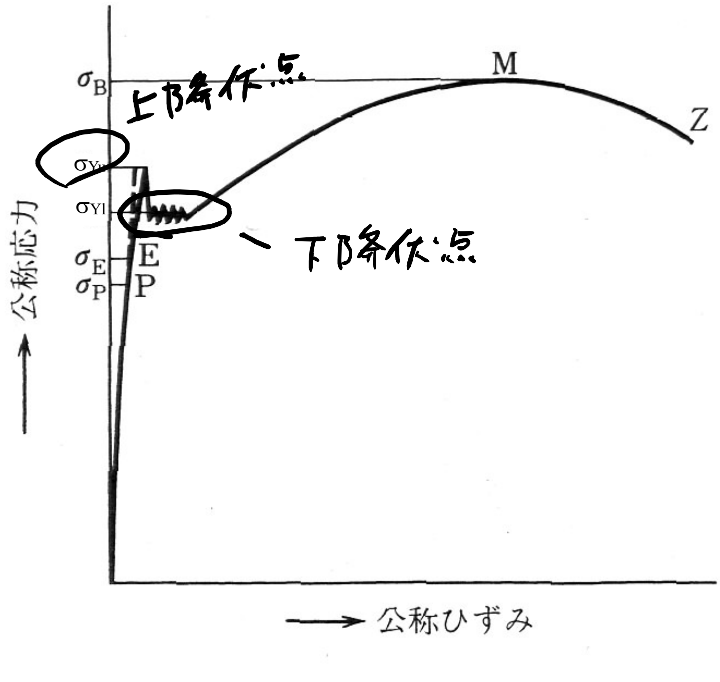


図 2.2　軟鋼の応力ーひずみ線図

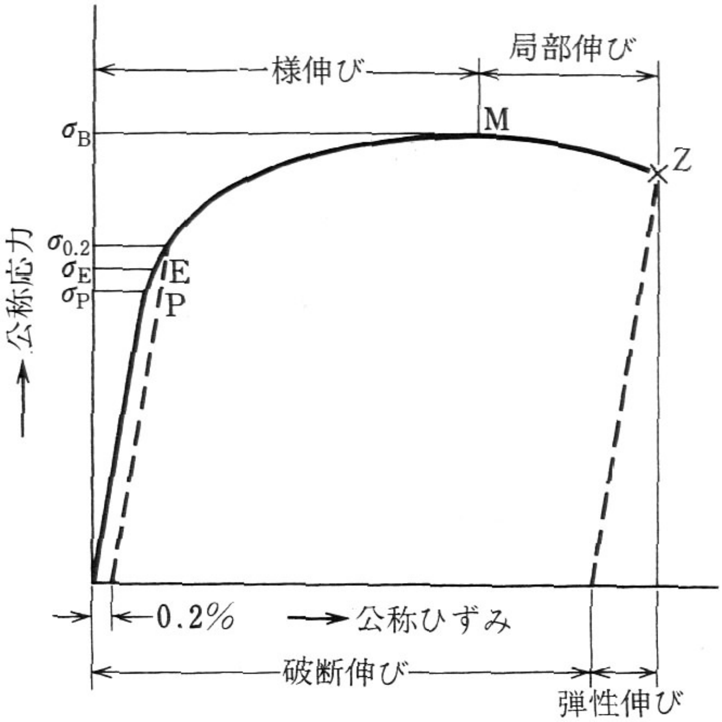
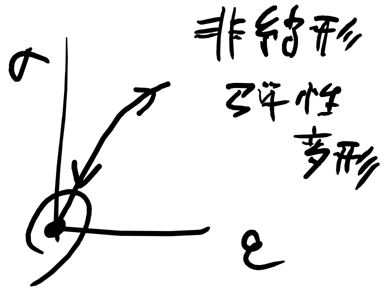


図 2.3　アルミ合金の応力ーひずみ線図

・比例限度σ_P: 応力とひずみが線形である上限

・弾性限度σ_E: 弾性変形の上限



・降伏点（上降伏点および下降伏点）σ_Y（σ_{Yu}およびσ_{Yl}）:
顕著な塑性変形の開始点

・耐力$\sigma_{0.2}$: 一般的な金属材料における降伏点の代替指標

・引張強さσ_B: 材料が示す最大の応力

・破断伸びδ: $\delta = \dfrac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100[\%]$　l_1：破断時の長さ

ひずみの次元になっている.

・絞りϕ: $\varphi = \dfrac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100[\%]$　A_1：破断時の断面積

2.2　公称応力と真応力

●**垂直応力の定義**：$\sigma = \dfrac{\text{垂直荷重}W}{\text{元の断面積}A_0}$

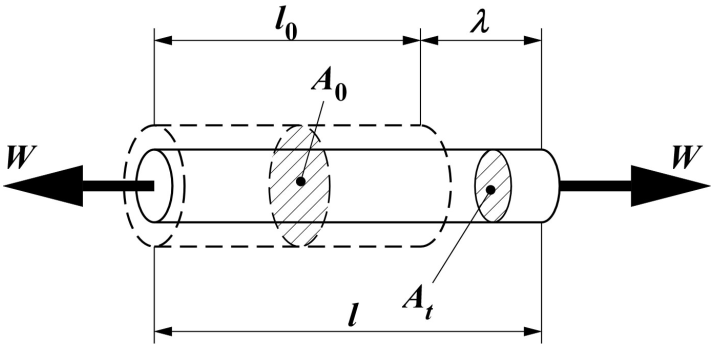


図 2.4　垂直応力を受ける丸棒

・垂直応力が作用する→ 断面積は$A_0 \rightarrow A_t$に収縮する.

⇓

・σは「変形した時の実際の応力」ではない！

●**公称応力**：$\sigma_{\boxed{n}} = \dfrac{W}{A_0}$　⇔　●**真応力**：$\sigma_{\boxed{t}} = \dfrac{W}{A_t}$

・A_tは変形進行に伴い変化する

⇓

どうやって正確に測るのか？

・問い：引張試験中の断面積を正確に測定する方法はあるか？

・レーザーもしくは音波のはね返り→直径測定

・計算上で、

・体積不変の法則： $A_0 l_0 = A_t l \rightarrow A_t = A_0 \frac{l_0}{l}$

・縦ひずみの定義： $\varepsilon = \frac{l}{l_0} - 1 \rightarrow \frac{l}{l_0} = \varepsilon + 1$

σ_t の式に代入

$$\sigma_t = \frac{W}{A_t} = \frac{W}{A_0 \frac{1}{\varepsilon + 1}} = \sigma_n(\varepsilon + 1)$$

真応力は公称応力とそのときの縦ひずみから求められる。

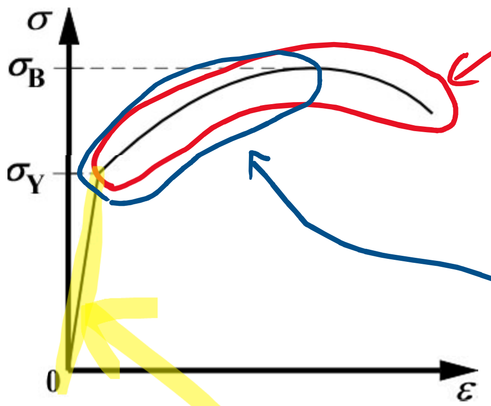


図 2.5 応力ーひずみ線図の各領域

・注 1: 体積不変が成り立つのは塑性変形領域のみ
（弾性変形では体積は変化する）

・注 2: 塑性変形による均一な伸びはくびれ発生以前
↓
応力的には σ_B 以前
（σ_B 以降：くびれ発生による不均一伸び）

・注 3: ひずみが微小な領域では $\sigma_n \fallingdotseq \sigma_t$
弾性変形領域

2.3 公称ひずみと真ひずみ

●垂直ひずみ（縦ひずみ）の定義： $\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 = \frac{\lambda}{l_0}$

・伸びている瞬間の「元の長さ l_0」と「長さ l」は刻々変化する

・引張を受ける材料（その瞬間の長さ l, 微小伸び dl）における微小ひずみ $d\varepsilon$ を定義する：

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l}$$

●真ひずみ： $\varepsilon_t = \int_{l_0}^{l} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0}$

自然対数 ln もしくは log, $\log_e$

$\Updownarrow$

常用対数 $\log_{10}$

●公称ひずみ： $\varepsilon_n = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 = \frac{\lambda}{l_0}$

$\hookrightarrow \frac{l}{l_0} = \varepsilon_n + 1$

$\Downarrow$

$\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1)$ ⇒ 真ひずみはそのときの公称ひずみから求められる.

・例題：垂直荷重 W = 10.0 [kgf]，元の直径 d_0 = 10.0 [mm]，元の長さ l_0 = 100.0 [mm]，伸びλ = 1.00 [mm]で局部収縮開始前の真応力σ_t [MPa]および真ひずみε_t [-]を求めよ.

$W = 10.0\ \mathrm{kgf} = 10.0 \times 9.807\ \mathrm{N}$

$\sigma_n = \frac{W}{A_0} = \frac{4W}{\pi d_0^2}$　　$\varepsilon_n = \frac{\lambda}{l_0} = 1.00 \times 10^{-2}$

$\sigma_t = \sigma_n(\varepsilon_n + 1) = \frac{4W}{\pi d_0^2}(\varepsilon_n + 1) = \cdots = 1.26\ \mathrm{MPa}$

$\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1) = \cdots = 9.95 \times 10^{-3}$

2.4 応力とひずみのまとめ

応力（強度を評価する尺度）

荷重形式	基準	呼称・記号	定義式
垂直	元の断面積$\boldsymbol{A_0}$	公称（垂直）応力σ_n ［引張／圧縮］	$\sigma_n = \dfrac{W}{A_0}$
	変形中の瞬間の断面積$\boldsymbol{A_\mathrm{t}}$	真（垂直）応力σ_t ［引張／圧縮］	$\sigma_t = \dfrac{W}{A_t}$ $\sigma_t = \sigma_n(\varepsilon_n + 1)$（くびれ発生前）
せん断	$\boldsymbol{A = A_0 = A_\mathrm{t}}$ （変化無し）	せん断応力τ	$\tau = \dfrac{W}{A}$

ひずみ（変形を評価する尺度）

荷重形式	変形方向	基準	呼称・記号	定義式
垂直	縦（長さ方向）	元の長さ$\boldsymbol{l_0}$	公称（縦垂直）ひずみε_n ［引張／圧縮］	$\varepsilon_n = \dfrac{\lambda}{l_0}$
		変形中の瞬間の長さ$\boldsymbol{l}$	真（縦垂直）ひずみε_t ［引張／圧縮］	$\varepsilon_t = \int_{l_0}^{l} \dfrac{dl}{l}$ $\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_n + 1)$（くびれ発生前）
	横（直径方向）	元の直径$\boldsymbol{d_0}$	横（公称垂直）ひずみε' ［引張／圧縮］	$\varepsilon' = \dfrac{d - d_0}{d_0}$
		変形中の瞬間の直径$\boldsymbol{d}$	通常は扱わない （ε_tとの差が微小なため）	
せん断		$\boldsymbol{l = l_0}$ （変化無し）	せん断ひずみγ	$\gamma = \dfrac{\lambda_S}{l}$

注：呼称における括弧内は通常省略する．

2.5 第 2 回講義に関する意見・感想・質問のまとめ

●**意見・感想**

・真ひずみと公称ひずみの違いが分かった，弾性や塑性のしくみやひずみの内容を理解することで材料をどのように評価できるか少し興味を持った，真応力や真ひずみについて例題を通してよく理解できた，以前より持っていた疑問が解決した，引張試験における応力—ひずみ線図の意味がよく分かった，体積不変の法則に関して疑問だったがくびれ発生以前の均一伸びのためだと分かって納得した，前回の復習のおかげですんなり理解できた，時間経過による変化は以前も疑問に思ったので解決できてよかった:15

・例題の復習を行う，復習する，テストのためにもしっかり復習する，しっかり整理して次の授業に望みたい，内容の整理が追い付いていないので復習をしっかりやる，3 枚目のプリントも用いながら復習する,:14

・今回は一気に覚えることが増えたと感じた，新しい内容がたくさん出てきた，様々な式や式変形が取り上げられた，似たような語句や式が多く登場した，少々難しかった，真と公称がごっちゃにならないようにしたい，応力とひずみがいろいろあり求めるのに苦労しそう，計算が少し難しいと感じた:13

・小テストで忘れている部分があった，εの符号の理解が乏しかった，小テストの難易度はちょうど良かった，式が混ざってしまって間違えた，小テスト上手くいかなかった，公式がすぐに思い浮かばず終わらせられなかった，小テストで 2 年の時と同じ間違いをしているのに気付いた，うまく小テストに解答できてよかった:8←今回の小テストは平均 5.5 点，満点 16 名でした.

・講義内容と実験結果の類似点と相違点を十分理解すべき，式と式の関係性を正しく理解したい，式を暗記するのではなく理解して使えるようになる，真応力や真ひずみの求め方をしっかり覚えたい，呼称と定義式を混ざらないように覚える，定義を理解しなければならない:6

・引張試験の実際の映像を見て横ひずみのイメージが分かりやすくなった，授業中の説明動画で内容理解が深まった:3

・例題で単位換算を忘れてしまったので気を付ける，単位をよく確認するようにする:2

・進行速度は丁度いい:2

・話し合いで自分では思いつきもしなかった考えを知ることができるのでとても新鮮，他の人の意見が自分には思いつかない視点でとても面白かったし意見交換の重要性を感じた:2←問いの内容にもよると思いますが，もっともっと活発に話し合ってもらっていいと思います.

・（理解が困難だった箇所？）$\varepsilon t=\log(\varepsilon n+1)$，$\sigma t=\sigma n(\varepsilon n+1)$ ←これだけ書かれても，どこが理解困難だったかこちらは把握できません．式導出は一通り板書しており大半の人はそれで理解している訳ですから，自分としてはその中のどの箇所が分からないか，まで書いてください.

・耐力は人為的に決めるとあったがどのように決めるのか気になった←次回説明します.

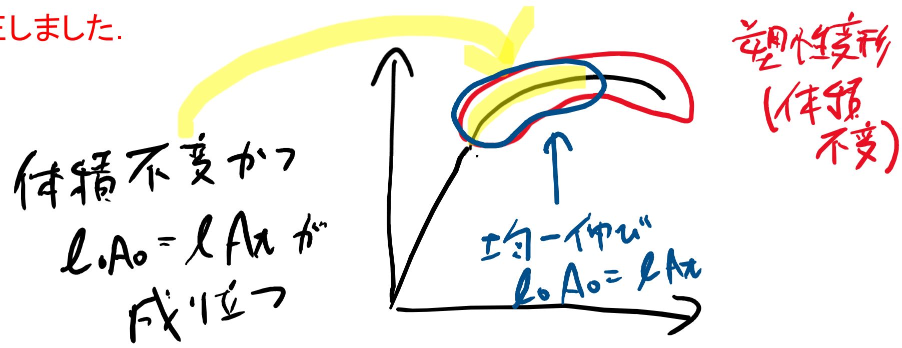
●**質問**

・図 2.2 や 2.3 の M 点は何を表すのか？←口頭で話しましたが「応力—ひずみ曲線における応力の最大点」を示しています.

・真応力は時間によって変化する At を用いるのが分かったが公称応力はどういう過程なのか？←A0 を基準とする訳ですから何かしらのリアルタイムな変化・過程を反映するものではない，ということです．あと，公称応力は常に定数である A0 で荷重を除しているため，公称荷重の挙動は完全に負荷荷重の挙動と一致することになります．この点は数回後の授業で説明する内容と関連します.

・体積不変を適用していいかどうかの判断があいまい（塑性変形では体積不変という認識で良いのか？）←こちらの説明もあいまいさがありました,「塑性変形は常に体積不変」という原則はそれで間違いないです

が，「l0A0＝lAt」という関係式で体積不変を表すためには均一伸びである必要がありますので，体積不変でかつ l0A0＝lAt が成り立つ領域は以下の通り「塑性変形開始以降～くびれ発生以前」に限定されます．この認識に基づいて前のページも修正しました．



・くびれが発生するのはσB の時点ということか？←その通りです．というか，くびれが発生することによる断面積の急減のため，材料が支えることができる荷重が減少することにより公称応力は減少に転じ，結果的に応力の最大値（＝σB）が現れることになります．この辺りも次回講義で説明します．

・弾性変形や塑性変形という言葉の意味があまりよく分からなかった←「基礎材料組織学」第 3 回講義ノートを見返すことをお勧めします．

2.6 第 1 回小テスト解答

Q.1　ポアソン比 $\nu = 0.300$，元の長さ $l_0 = 3.00$ m，元の直径 $d_0 = 10.00$ mm の丸棒を垂直荷重 $W = 100.0$ N で引張り，縦ひずみ $\varepsilon = 3.00\times10^{-3}$ を生じたとき，その丸棒の変形後の直径 d [mm]を求めよ．[10 点，部分点あり]

A.1　ポアソン比 $\nu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right|$ より，横ひずみ $\varepsilon' = -\nu\varepsilon$（注：引張なので横ひずみは負） $= -9.00\times10^{-4}$ [-]

横ひずみの定義式 $\varepsilon' = \frac{d - d_0}{d_0}$ より，$d = d_0\varepsilon' + d_0$ $= -9.00\times10^{-4}\cdot10.00 + 10.00$

$= -9.00\times10^{-3} + 10.00$

$= -0.00900 + 10.00$

$= 9.991$

$= 9.99$ [mm]

・典型的な誤りの流れ

① $\nu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ 絶対値記号がついてない

↓ $\nu = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$ 上下逆

② $\varepsilon' = 9.00\times10^{4}$ 横ひずみの符号が逆

③ $\varepsilon' = \frac{d_0 - d}{d_0}$ 分子の順が逆

↓

このまま値だけ正しく出ても大幅に減点してます.