

脱 水

1. 脱水機

湿潤状態の粒子充填層に含まれる液を重力や遠心力により除去する単位操作を**脱水**または**脱液**という。濾過と同義で用いられることも多いが、正確にはケーキを形成させながら固体と液を分離する工程が濾過であり、形成された湿潤ケーキ内の残留液を外へ追い出す工程が脱水である。両者のちがいは、分離中にケーキ厚みが増大するか否かである。なお、濾過工程と脱水工程の間に洗浄工程を設けて、ケーキ内部に残留する原液を洗浄水に置換することでケーキを精製する場合もある。濾過と洗浄と脱水は、工業的には同一の装置内で行われる。目的に応じて濾過機とか脱水機と呼ばれる。脱水方式には、**重力脱水**と**遠心脱水**のほか、圧縮空気を湿潤ケーキ内に透過させて残留液を追い出す**通気脱水**、フェルトのような布を湿潤ケーキに接触させて水分除去する**毛管脱水**、湿潤ケーキを物理的に圧縮・変形させてケーキ内部の空隙を減らすことで残留液を追い出す**圧搾脱水**がある。遠心脱水以外は、重力場で行われる。工業的には重力脱水と通気脱水と遠心脱水が汎用だが、装置としては遠心脱水機が一般的である。重力脱水はベルトプレス圧搾機に、通気脱水はヌッチェフィルタやオリバーフィルタ濾過機に、それぞれ補助機構として組み込まれていることが多い。

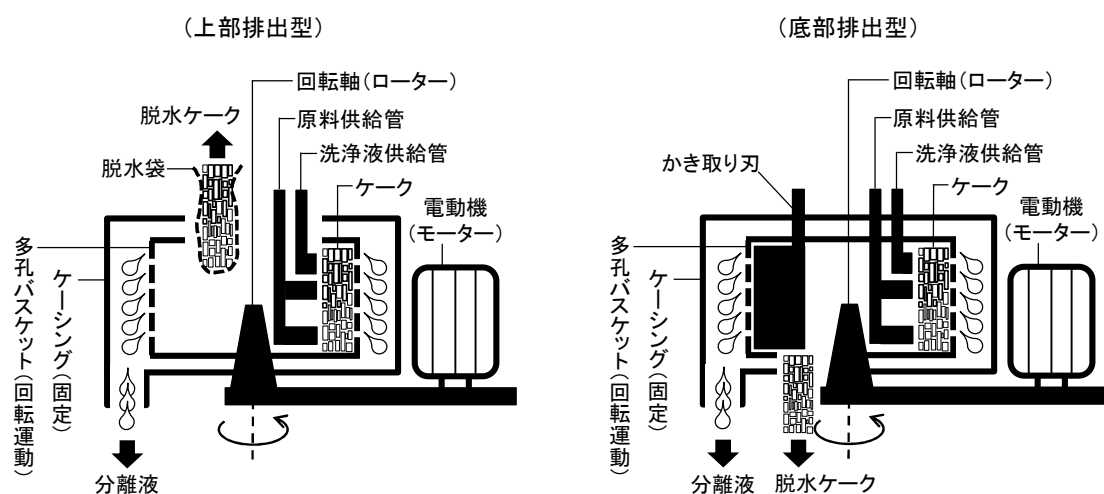


図 1.1 バスケット型回分遠心脱水機

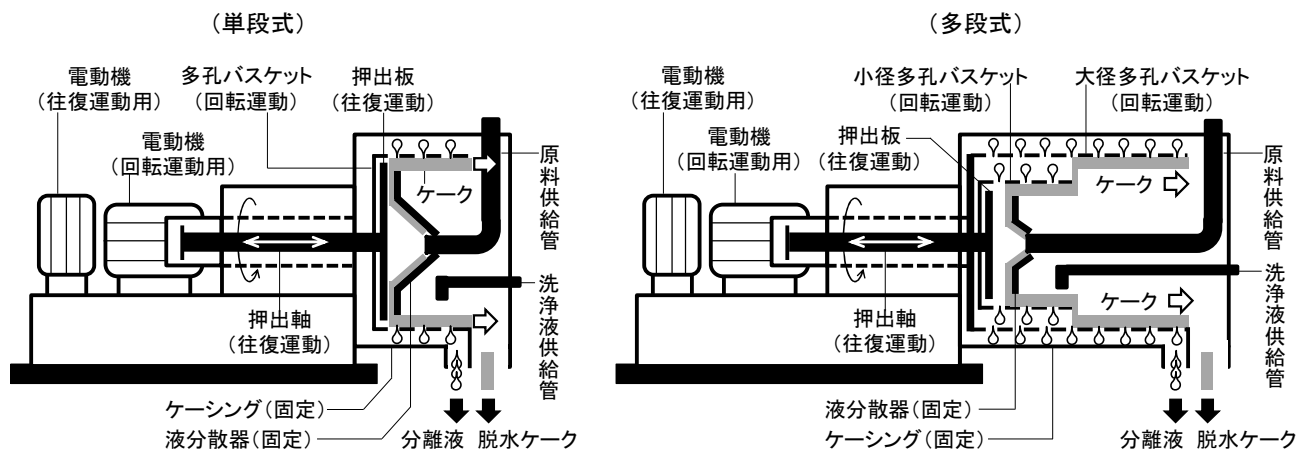


図 1.2 押出型連続遠心脱水機

2. 脱水平衡

2. 1 含液率分布

管型容器に固体粒子を充填してできる粒子層の全体を液に浸漬させてから垂直に引き上げると、粒子層内の液は重力のために層外へ流出して液面が低下する。はじめの内は、粒子層内を流れる毛管脱水過程が支配的に進み、やがて残存液が粒子表面を伝って流れる膜脱水過程が律速となって、無限時間後に脱水平衡に達する。しかし、液は全量排出されることなく、一部は粒子層内に残留する。こうした残留液は、粒子層上部の低湿分域では粒子表面の付着液や粒子間の架橋液(くさび毛管液またはウェッジ液)として存在し、粒子層の空隙体積に対する液体積の比で定義される飽和度 S は一定値 S_∞ とみなせる ($S=S_\infty$)。一方、粒子層下部の飽和域では毛管上昇液として存在し、飽和度は 1 とみなせる ($S=1$)。低湿分域と飽和域の境界にあたる転移域では、空気と毛管上昇液の界面が水平ではなく不均一であることから、高さ方向の飽和度は変化する ($S=S$)。このため、気液界面高さが一定となるようなみかけの飽和域を仮定し、このときの液面高さ h_g [m] を相当飽和域高さまたはドレン高さという。相当飽和域高さは、水頭基準の吸引毛管圧に相当する。遠心脱水と通気脱水の場合は、脱水平衡時において毛管上昇液がほぼ完全に除去されることから、転移域を含む飽和域が近似的に解消されるものとみなせる。ただし、低湿分域の一部の液は粒子層内に残留する。

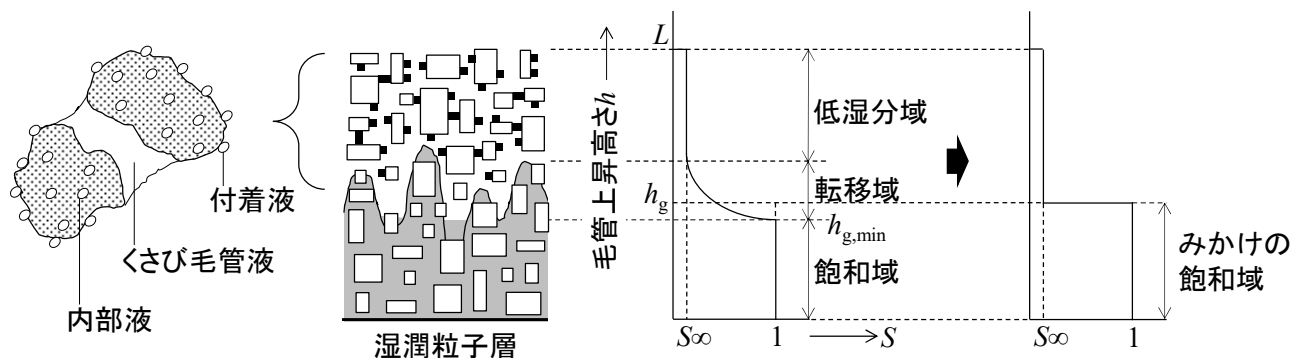


図 2.1 脱水平衡時飽和度分布(含液率分布)

飽和度 S [-] の定義式は、次式で与えられる。

$$S \left(\equiv \frac{V_L}{V_c} \right) = \frac{V_L}{V_b \varepsilon} = \frac{V_L}{AL\varepsilon} \quad \cdots(2.1.1)$$

ただし、 A は粒子層断面積[m²]、 L は粒子層高さ[m]、 V_b は粒子層体積[m³]、 V_c は粒子層中の空隙体積[m³]、 V_L は粒子層中の液体積[m³]、 ε は空隙率[-]。

湿潤粒子層の湿量基準含液率 w_s [-] と乾量基準含液率 w_d [-] は、飽和度 S を用いて次式のように導かれる。

$$w_s \left(\equiv \frac{M_L}{M_s + M_L} \right) = \frac{V_L \rho}{V_s \rho_p + V_L \rho} = \frac{V_b \varepsilon S \rho}{V_b (1 - \varepsilon) \rho_p + V_b \varepsilon S \rho} = \frac{\varepsilon S \rho}{\rho_b + \varepsilon S \rho} \quad \cdots(2.1.2)$$

$$w_d \left(\equiv \frac{M_L}{M_s} \right) = \frac{V_L \rho}{V_s \rho_p} = \frac{V_b \varepsilon S \rho}{V_b (1 - \varepsilon) \rho_p} = \frac{\varepsilon S \rho}{\rho_b} \quad \cdots(2.1.3)$$

ただし、 M_L は粒子層中の液重量[kg]、 M_s は粒子層中の固体重量[kg]、 V_s は粒子層中の固体体積[m³]、 ρ は液密度[kg/m³]、 ρ_b はかさ密度[kg/m³]、 ρ_p は粒子密度[kg/m³]。

両者の間には次の関係式が成り立つ。

$$w_d = \frac{w_s}{1 - w_s} \quad \cdots(2.1.4)$$

脱水平衡時における各脱水域の無次元含液率分布(無次元飽和度分布)は、無次元飽和度 Y と無次元毛管上昇高さ X を用いることで、経験的に次式で表される。**文献 1**

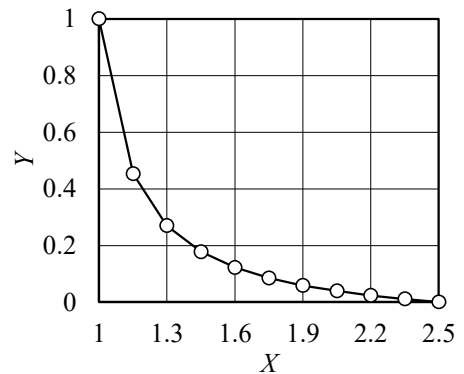
$$\text{(低湿分域 ; } 2.5 \leq X) \quad Y = 0 \quad \cdots(2.1.5)$$

$$\text{(転移域 ; } 1 \leq X \leq 2.5) \quad Y = \frac{0.167}{X - 0.848} - 0.100 \quad \cdots(2.1.6)$$

$$\text{(飽和域 ; } X \leq 1) \quad Y = 1 \quad \cdots(2.1.7)$$

$$Y \equiv \frac{S - S_\infty}{1 - S_\infty} \quad \cdots(2.1.8)$$

$$X \equiv \frac{h}{h_{\min}} \quad \cdots(2.1.9)$$



ただし、 h は毛管上昇高さ[m]、 h_{\min} は最小毛管上昇高さ[m]、 S_∞ は残留平衡飽和度[-]。

上式より各脱水域の飽和度 S が導かれる。

$$\text{(飽和域 ; } h/h_{\min} \leq 1) \quad S = 1 \quad \cdots(2.1.10)$$

$$\text{(転移域 ; } 1 \leq h/h_{\min} \leq 2.5) \quad S = \left[\frac{0.167}{(h/h_{\min}) - 0.848} - 0.100 \right] (1 - S_\infty) + S_\infty \quad \cdots(2.1.11)$$

$$\text{(低湿分域 ; } 2.5 \leq h/h_{\min}) \quad S = S_\infty \quad \cdots(2.1.12)$$

h_{\min} は、次式より推定できる。

$$h_{\min} = 0.42 \sqrt{\frac{\varepsilon}{k_p} \left(\frac{\gamma \cos \theta}{\rho g} \right)} \quad \cdots(2.1.13)$$

ただし、 g は重力加速度[m/s²]、 k_p は透過率[m²]、 γ は界面張力[N/m]、 θ は接触角[rad]。

S_∞ は、次式より推定できる。【文献 1】

$$S_\infty = 0.075(50K_c)^{-0.37\sqrt{1-\phi_c}} \quad (K_c \leq 0.02) \quad \cdots(2.1.14)$$

$$S_\infty = 2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88} \quad (K_c > 0.02) \quad \cdots(2.1.15)$$

$$\text{(重力脱水時)} \quad K_c = \frac{\rho g k_p}{\gamma \cos \theta} \quad \cdots(2.1.16)$$

$$\text{(遠心脱水時)} \quad K_c = \frac{\rho Z g k_p}{\gamma \cos \theta} \quad \cdots(2.1.17)$$

$$\text{(通気脱水時)} \quad K_c = \frac{[\rho g + (\Delta P/L)] k_p}{\gamma \cos \theta} \quad \cdots(2.1.18)$$

ただし、 K_c はキャピラリー数[-]、 L は粒子層高さ[m]、 Z は遠心効果[-]、 ΔP は通気圧[Pa]、 ϕ_c はカルマンの形状係数[-](球のとき 1、立方体のとき 0.806)。

透過率 k_p は、コゼニー・カルマンの式より導かれる次式を用いる。

$$k_p = \frac{\varepsilon^3}{5S_V^2(1-\varepsilon)^2} \quad \cdots(2.1.19)$$

$$S_V \left(= \frac{S_p}{V_p} \right) = \frac{N\phi_v D_p^2}{N\phi_s D_p^3} = \frac{\phi}{D_{ps}} \quad \cdots(2.1.20)$$

ただし、 D_{ps} は比表面積径[m](とくに指定が無い限り平均粒子径 D_p に等しいものとする)、 N は粒子数[-]、 S_p は粒子表面積[m²]、 S_V は粒子層の比表面積[m²/m³]、 V_p は粒子体積[m³]、 ε は空隙率[-]、 ϕ は比表面積形状係数(球のとき 6、立方体のとき 6)、 ϕ_s は表面積形状係数、 ϕ_v は体積形状係数。

【計算例】含液率分布

重力脱水平衡時における転移域の無次元含液率分布を求めよ。無次元毛管上昇高さを 0.15 ごとに分割すること。

$$Y_0 = [0.167/(X_0 - 0.848)] - 0.100 = [0.167/(1 - 0.848)] - 0.100 = 0.99868 \doteq 1$$

$$Y_1 = [0.167/(X_1 - 0.848)] - 0.100 = [0.167/(1.15 - 0.848)] - 0.100 = 0.45298 \doteq 0.453$$

$$Y_2 = [0.167/(X_2 - 0.848)] - 0.100 = [0.167/(1.30 - 0.848)] - 0.100 = 0.26946 \doteq 0.269$$

$$Y_{10} = [0.167/(X_{10} - 0.848)] - 0.100 = [0.167/(2.5 - 0.848)] - 0.100 = 0.0010895 \doteq 0$$

X	1	1.15	1.30	1.45	1.60	1.75	1.90	2.05	2.20	2.35	2.5
Y	1	0.453	0.269	0.177	0.122	0.085	0.059	0.039	0.024	0.011	0

【計算例】含液率分布

粒子密度 2650 kg/m³、平均粒子径 1.00 mm の球状粒子群からなる湿潤粒子層がある。重力脱水平衡時の①飽和域、②低湿分域、③転移域、における乾量基準含液率 w_d [wt%] を求めよ。ただし、転移域は最小飽和域高さの 2 倍の高さ位置で取るものとし、空隙率 0.40、間隙水の密度 1000 kg/m³、接触角 0°、界面張力 0.072 kg/s²、重力加速度 9.81 m/s² とする。(①25.2 wt%, ②1.89 wt%, ③2.93 wt%)

$$\textcircled{1} \rho_b = (1 - \varepsilon) \rho_p = (1 - 0.40)(2650) = 1590 \text{ kg/m}^3$$

$$w_d = \varepsilon S \rho / \rho_b = (0.40)(1)(1000) / (1590) = 0.25157 = 25.157 \text{ wt\%} \doteq \boxed{25.2 \text{ wt\%}}$$

$$\textcircled{2} S_V = \phi / D_{ps} = 6 / (1.00 \times 10^{-3}) = 6000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5S_V^2(1 - \varepsilon)^2] = (0.40)^3 / [(5)(6000)^2(1 - 0.40)^2] = 9.8765 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$K_c = \rho g k_p / (\gamma \cos \theta) = (1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10}) / [(0.072)(\cos 0^\circ)] = 1.3456 \times 10^{-4} (< 0.02)$$

$$S_x = 0.075(50K_c)^{-0.37 \sqrt{(1 - \phi)}} = (0.075)[(50)(1.3456 \times 10^{-4})]^{-0.37 \sqrt{(1 - 1)}} = 0.075$$

$$w_d = \varepsilon S_x \rho / \rho_b = (0.40)(0.075)(1000) / (1590) = 0.018867 = 1.8867 \text{ wt\%} \doteq \boxed{1.89 \text{ wt\%}}$$

$$\textcircled{3} S = [\{0.167 / \{(h/h_{\min}) - 0.848\}\} - 0.100](1 - S_x) + S_x = [\{0.167 / (2 - 0.848)\} - 0.100](1 - 0.075) + 0.075 = 0.11659$$

$$w_d = \varepsilon S \rho / \rho_b = (0.40)(0.11659)(1000) / (1590) = 0.029330 = 2.9330 \text{ wt\%} \doteq \boxed{2.93 \text{ wt\%}}$$

2. 2 相当飽和域高さ

脱水平衡時における相当飽和域高さ(ドレン高さ)は、粒子層内の空隙部を直円管状の毛管群とみなして、液体の毛管上昇理論より導かれる。毛細管を液体の中に差し込むと、液は管壁を濡らして毛細管内を上昇する。毛管上昇高さ h [m]は、毛細管内径 D [m]、内径の周長 S [m]、液体の密度 ρ [kg/m³]として、液柱の重量 W [kg]と界面張力 γ [J/m²]のつり合いより導かれる。

$$W = (\gamma \cos \theta) S \quad \dots(2.2.1)$$

$$\pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 h \rho g = \pi D \gamma \cos \theta \quad \dots(2.2.2)$$

$$h = \frac{4\gamma \cos \theta}{\rho g D} \quad \dots(2.2.3)$$

重力脱水時の相当飽和域高さ h_g は、毛細管内径 D を平均粒子径 D_p の倍数とみなし、毛管上昇高さ h を h_g に変更することで導かれる。

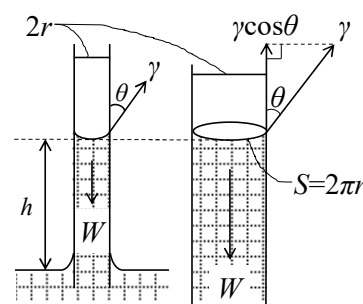
$$h_g = \frac{9.8\gamma \cos \theta}{\rho g D_p} \quad \dots(2.2.4)$$

上式は、ガラス球のような球状かつ均一粒径の特別な場合に適用される **[文献 2, 3]**。

一般粒子の場合は、粒子径の 2 乗 D_p^2 を透過係数 k_p [m²]に置き換えた次式を用いる。

$$\boxed{h_g = \frac{0.275\gamma \cos \theta}{\rho g \sqrt{k_p}}} \quad \dots(2.2.5)$$

遠心脱水時の相当飽和域高さ h_c は、重力脱水の推進力 ρg を遠心脱水の推進力 ρZg に置き換える。



$$\boxed{h_c = \frac{0.275\gamma \cos \theta}{\rho Z g \sqrt{k_p}}} \quad \cdots(2.2.6)$$

通気脱水時の相当飽和域高さ h_a は、粒子層上部から重力方向に通気されるものとして、通気前後における透過流体の機械的エネルギー収支より導かれる。

$$\frac{p_1}{\rho} + gh_g = \frac{p_2}{\rho} + gh_a \quad \cdots(2.2.7)$$

$$h_g + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = h_a \quad \cdots(2.2.8)$$

$$h_g - \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = h_a \quad \cdots(2.2.9)$$

$$\boxed{h_a = h_g - \frac{\Delta P}{\rho g}} \quad \cdots(2.2.10)$$

ただし、 ΔP は通気圧[Pa]。

【計算例】相当飽和域高さ

平均粒子径 1.00 mm の球状粒子群からなる湿潤粒子層がある。①重力脱水時の相当飽和域高さ h_g [mm]、②遠心脱水時の相当飽和域高さ h_c [mm]、③通気脱水時の相当飽和域高さ h_a [mm]を求めよ。空隙率 0.40、間隙水の密度 1000 kg/m³、接触角 0°、界面張力 0.072 kg/s²、重力加速度 9.81 m/s²、遠心効果 1000、通気圧 200 kPa とする。(①64.2 mm, ②0.00642 mm, ③0 mm)

$$\textcircled{1} S_v = \phi / D_{ps} = 6 / (1.00 \times 10^{-3}) = 6000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5S_v^2(1 - \varepsilon)] = (0.40)^3 / [(5)(6000)^2(1 - 0.40)^2] = 9.8765 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$h_g = 0.275\gamma \cos \theta / (\rho g k_p^{1/2}) = (0.275)(0.072)(\cos 0^\circ) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})^{1/2}] = 0.064223 \text{ m} \doteq \boxed{64.2 \text{ mm}}$$

$$\textcircled{2} h_c = h_g / Z = 64.223 / 1000 \doteq \boxed{0.00642 \text{ mm}}$$

$$\textcircled{3} h_a = h_g - [\Delta P / (\rho g)] = 0.064223 - [(200000) / \{(1000)(9.81)\}] = -20.323 \text{ m} \doteq -20.3 \times 10^3 \text{ mm} = \boxed{0 \text{ mm}}$$

2. 3 平衡時平均含液率

湿潤粒子層内の飽和度と含液率は脱水域ごとに異なるため、実用上は粒子層全体に対する平均値を用いる。脱水平衡時の湿量基準平均含液率 $w_{s,av\infty}$ [–]と乾量基準平均含液率 $w_{d,av\infty}$ [–]は、平均残留飽和度 $S_{av\infty}$ [–]を用いて次式で与えられる。

$$w_{s,av\infty} = \frac{\varepsilon S_{av\infty} \rho}{\rho_b + \varepsilon S_{av\infty} \rho} \quad \cdots(2.3.1)$$

$$w_{d,av\infty} = \frac{\varepsilon S_{av\infty} \rho}{\rho_b} \quad \cdots(2.3.2)$$

平均残留飽和度 $S_{av\infty}$ は、脱水平衡時の粒子層内に含まれる全液量が V_{∞} [m³]であるとして、飽和度の定義より次式で表される。

$$S_{av\infty} = \frac{V_{t\infty}}{AL\varepsilon} \quad \cdots(2.3.3)$$

ただし、 A は粒子層断面積[m²]、 L は粒子層高さ[m]、 ε は空隙率[-]。

全液量 $V_{t\infty}$ は、相当飽和域高さ h_g 以下の飽和域に含まれる残留液量 $V_{c\infty}$ [m³]と、それよりも上部の低湿分域に含まれる残留液量 $V_{r\infty}$ [m³]の和で表される。

$$V_{t\infty} = V_{c\infty} + V_{r\infty} \quad \cdots(2.3.4)$$

$$V_{c\infty} = Ah_g\varepsilon \quad \cdots(2.3.5)$$

$$V_{r\infty} = A(L-h_g)\varepsilon S_\infty \quad \cdots(2.3.6)$$

ただし、 S_∞ は低湿分域の平衡残留飽和度[-]。

$V_{c\infty}$ と $V_{r\infty}$ を $V_{t\infty}$ の式に代入したものを $S_{av\infty}$ の式に代入する。

$$S_{av\infty} = \frac{Ah_g\varepsilon + A(L-h_g)\varepsilon S_\infty}{AL\varepsilon} \quad \cdots(2.3.7)$$

$$S_{av\infty} = \frac{h_g + (L-h_g)S_\infty}{L} \quad \cdots(2.3.8)$$

$$S_{av\infty} = \frac{h_g}{L} + \left(1 - \frac{h_g}{L}\right) S_\infty \quad \cdots(2.3.9)$$

$$\boxed{S_{av\infty} = S_\infty + (1 - S_\infty) \frac{h_g}{L}} \quad \cdots(2.3.10)$$

遠心脱水の場合は、 h_g を h_c に置き換える。

$$S_{av\infty} = S_\infty + (1 - S_\infty) \frac{h_c}{L} \quad \cdots(2.3.11)$$

$$\boxed{S_{av\infty} \approx S_\infty} \quad (h_c \doteq 0) \quad \cdots(2.3.12)$$

通気脱水の場合は、 h_g を h_a に置き換える。

$$S_{av\infty} = S_\infty + (1 - S_\infty) \frac{h_a}{L} \quad \cdots(2.3.13)$$

$$\boxed{S_{av\infty} \approx S_\infty} \quad (h_a \doteq 0) \quad \cdots(2.3.14)$$

【計算例】平衡時平均含液率

粒子密度 2650 kg/m³、平均粒子径 1.00 mm の球状粒子群からなる高さ 100 mm の湿潤粒子層がある。①重力脱水時、②遠心脱水時、③通気脱水時における乾量基準の平衡時平均含液率 $w_{d,av\infty}$ [wt%]を求めよ。空隙率 0.40、間隙水の密度 1000 kg/m³、接触角 0°、界面張力 0.072 kg/s²、重力加速度 9.81 m/s²、遠心効果 1000、通気圧 200 kPa とする。(①16.8 wt%，②0.353 wt%，③1.42 wt%)

$$\textcircled{1} S_V = \phi / D_{ps} = 6 / (1.00 \times 10^{-3}) = 6000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5S_v^2(1 - \varepsilon)^2] = (0.40)^3 / [(5)(6000)^2(1 - 0.40)^2] = 9.8765 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$h_g = 0.275 \gamma \cos \theta / (\rho g k_p^{1/2}) = (0.275)(0.072)(\cos 0^\circ) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})^{1/2}] = 0.064223 \text{ m}$$

$$K_c = \rho g k_p / (\gamma \cos \theta) = (1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10}) / [(0.072)(\cos 0^\circ)] = 1.3456 \times 10^{-4} (< 0.02)$$

$$S_{\infty} = 0.075(50K_c)^{-0.37\sqrt{(1-f_c)}} = (0.075)[(50)(1.3456 \times 10^{-4})]^{-0.37\sqrt{(1-1)}} = 0.075$$

$$S_{\text{av}\infty} = S_{\infty} + (1 - S_{\infty})(h_g/L) = 0.075 + (1 - 0.075)(0.064223/0.100) = 0.66906$$

$$\rho_b = (1 - \varepsilon)\rho_p = (1 - 0.40)(2650) = 1590 \text{ kg/m}^3$$

$$w_{\text{d,av}\infty} = \varepsilon S_{\text{av}\infty} \rho / \rho_b = (100)(0.40)(1000)(0.66906) / (1590) = 0.16831 = 16.831 \text{ wt}\% \doteq \boxed{16.8 \text{ wt}\%}$$

$$\textcircled{2} K_c = \rho Z g k_p / (\gamma \cos \theta) = (1000)(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10}) / [(0.072)(\cos 0^\circ)] = 0.13456 (> 0.02)$$

$$S_{\text{av}\infty} = S_{\infty} = 2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88} = (2.40 \times 10^{-3})(0.13456)^{-0.88} = 0.014020$$

$$w_{\text{d,av}\infty} = \varepsilon S_{\text{av}\infty} \rho / \rho_b = (100)(0.40)(1000)(0.014020) / (1590) = 0.0035270 = 0.35270 \text{ wt}\% \doteq \boxed{0.353 \text{ wt}\%}$$

$$\textcircled{3} K_c = [\rho g + (\Delta P/L)] k_p / (\gamma \cos \theta) = [(1000)(9.81) + (2.00 \times 10^5/0.100)](9.8765 \times 10^{-10}) / [(0.072)(\cos 0^\circ)] = 0.027569 (> 0.02)$$

$$S_{\text{av}\infty} = S_{\infty} = 2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88} = (2.40 \times 10^{-3})(0.027569)^{-0.88} = 0.056577$$

$$w_{\text{d,av}\infty} = \varepsilon S_{\text{av}\infty} \rho / \rho_b = (100)(0.40)(1000)(0.056577) / (1590) = 0.014233 = 1.4233 \text{ wt}\% \doteq \boxed{1.42 \text{ wt}\%}$$

3. 脱水過程

3. 1 毛管脱水時間

湿潤粒子充填層の最上部に液面がある状態から回分重力脱水を行う。脱水開始直後は、充填層内の毛管上昇高さが低下する**毛管脱水過程**が支配的となり、含液率は大きく低下する。毛管水が流下した後の脱水領域が低湿分域であり、毛管脱水後はこの領域に存在する粒子を濡らしている液膜が流下する**膜脱水過程**が支配的となり、含液率はゆるやかに低下する。各過程における脱水の推進力は飽和度に依存し、飽和度は毛管上昇高さに依存する。回分脱水の場合、毛管上昇高さは時間とともに低下することから、含液率の時間挙動を知るには、毛管上昇高さの時間挙動を明らかにする必要がある。

毛管脱水過程における任意の脱水時間 t と毛管上昇高さ h の関係を表す**毛管脱水曲線**は、ダルシーの式より導かれる。

$$-\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = k_p \frac{\Delta P}{\mu h} \quad \cdots(3.1.1)$$

$$-\frac{1}{A} \frac{d(Ah\varepsilon)}{dt} = k_p \frac{\rho g(h - h_g)}{\mu h} \quad \cdots(3.1.2)$$

$$-\frac{1}{A} \frac{d(Ah\varepsilon)}{dt} = \frac{h - h_g}{h} \left(\frac{\rho g k_p}{\mu} \right) \quad \cdots(3.1.3)$$

$$-\varepsilon \frac{dh}{dt} = \frac{h - h_g}{h} \left(\frac{\rho g k_p}{\mu} \right) \quad \cdots(3.1.4)$$

$$-\varepsilon \int_L^h \frac{h}{h - h_g} dh = \frac{\rho g k_p}{\mu} \int_0^t dt \quad \cdots(3.1.5)$$

$$-\varepsilon \int_L^h \left(1 + \frac{h_g}{h - h_g} \right) dh = \frac{\rho g k_p}{\mu} t \quad \cdots(3.1.6)$$

$$-\varepsilon \left[h + h_g \ln(h - h_g) \right]_L = \frac{\rho g k_p}{\mu} t \quad \cdots(3.1.7)$$

$$-\varepsilon \left[(h - L) + h_g \ln \frac{h - h_g}{L - h_g} \right] = \frac{\rho g k_p}{\mu} t \quad \cdots(3.1.8)$$

$$(L - h) + h_g \ln \frac{L - h_g}{h - h_g} = \frac{\rho g k_p}{\mu \varepsilon} t \quad \cdots(3.1.9)$$

$$t = \frac{\mu \varepsilon}{\rho g k_p} \left[(L - h) + h_g \ln \frac{L - h_g}{h - h_g} \right] \quad \cdots(3.1.10)$$

ただし、 A は粒子層断面積[m²]、 h は毛管上昇高さ[m]、 k_p は透過係数[m²]、 L は粒子層高さ[m]、 t は脱水時間[s]、 V は粒子層内の全液量[m³]、 ΔP は圧力損失[Pa]。

毛管脱水時間 τ_g [s] は、毛管上昇高さ h が粒子層高さ L から相当飽和域高さ h_g まで低下するのに要する時間である。上式で $h=h_g$ と置くと t は無限大に発散することから、有限時間内では h_g に達しない。ここでは便宜上、毛管上昇高さ h と相当飽和域高さ h_g の差 $(h-h_g)$ が h_g の 0.1% に達するまでの所要時間と定義して次式となる。

$$\tau_g = \frac{\mu \varepsilon}{\rho g k_p} \left[(L - h) + h_g \ln \frac{L - h_g}{h - h_g} \right] \left(\frac{h - h_g}{h_g} = 0.001 \right) \quad \cdots(3.1.11)$$

遠心脱水の場合は、重力脱水の推進力 ρg を遠心脱水の推進力 $\rho Z g$ に、重力脱水時の相当飽和域高さ h_g を h_c に置き換える。

$$t = \frac{\mu \varepsilon}{\rho Z g k_p} \left[(L - h) + h_c \ln \frac{L - h_c}{h - h_c} \right] \quad \cdots(3.1.12)$$

$$t = \frac{\mu \varepsilon (L - h)}{\rho Z g k_p} \quad (h_c \doteq 0) \quad \cdots(3.1.13)$$

遠心脱水時の毛管脱水時間 τ_c [s] は、上式で $h=h_c$ と置いて近似的に次式で表される。

$$\tau_c = \frac{\mu \varepsilon L}{\rho Z g k_p} \quad (h_c \doteq 0) \quad \cdots(3.1.14)$$

通気脱水の場合は、重力脱水の推進力 ρg を通気脱水の推進力 $[\rho g + (\Delta P/L)]$ に、重力脱水時の相当飽和域高さ h_g を h_a に置き換える。

$$t = \frac{\mu \varepsilon}{[\rho g + (\Delta P/L)] k_p} \left[(L - h) + h_a \ln \frac{L - h_a}{h - h_a} \right] \quad \cdots(3.1.15)$$

$$t = \frac{\mu \varepsilon (L - h)}{[\rho g + (\Delta P/L)] k_p} \quad (h_a \doteq 0) \quad \cdots(3.1.16)$$

通気脱水時の毛管脱水時間 τ_a [s] は、上式で $h=h_a$ と置いて近似的に次式で表される。

$$\tau_a = \frac{\mu \varepsilon L}{[\rho g + (\Delta P/L)] k_p} \quad (h_a \doteq 0) \quad \cdots(3.1.17)$$

【計算例】毛管脱水時間

粒子密度 2650 kg/m³、平均粒子径 1.00 mm の球状粒子群からなる高さ 100 mm の湿潤粒子層に対する①重力脱水時の毛管脱水時間 τ_g [s]、②遠心脱水時の毛管脱水時間 τ_c [s]、③通気脱水時の毛管脱水時間 τ_a [s]を求めよ。ただし、重力脱水時の毛管脱水時間 τ_g は、毛管上昇高さ h と相当飽和域高さ h_g の差 $(h-h_g)$ が h_g の 0.1% に達するまでの所要時間とする。空隙率 0.40、間隙水の密度 1000 kg/m³、粘度 0.001 Pa·s、接触角 0°、界面張力 0.072 kg/s²、重力加速度 9.81 m/s²、遠心効果 1000、通気圧 200 kPa とする。(①18.2 s, ②0.0413 s, ③0.0202 s)

$$\textcircled{1} S_V = \phi / D_{ps} = 6 / (1.00 \times 10^{-3}) = 6000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5S_V^2(1-\varepsilon)^2] = (0.40)^3 / [(5)(6000)^2(1-0.40)^2] = 9.8765 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$h_g = 0.275\gamma\cos\theta / (\rho g k_p^{1/2}) = (0.275)(0.072)(\cos 0^\circ) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})^{1/2}] = 0.064223 \text{ m}$$

$$h = 1.001h_g = (1.001)(0.064223) = 0.064287$$

$$\mu\varepsilon / (\rho g k_p) = (0.001)(0.40) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})] = 41.284 \text{ s/m}$$

$$\tau_g = [\mu\varepsilon / (\rho g k_p)] [(L-h) + h_g \ln \{(L-h_g)/(h-h_g)\}]$$

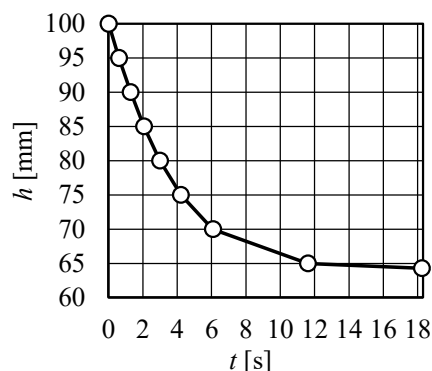
$$= (41.284) [(0.100 - 0.064287) + (0.064223) \ln \{(0.100 - 0.064223) / \{(0.064287 - 0.064223)\}}] = 18.247 \text{ s} \doteq \boxed{18.2 \text{ s}}$$

$$\textcircled{2} \tau_c = [\mu\varepsilon / (\rho g k_p)] / Z = 41.284 / 1000 = 0.041284 \text{ s} \doteq \boxed{0.0413 \text{ s}}$$

$$\textcircled{3} \tau_a = \mu\varepsilon L / [\{\rho g + (\Delta P / L)\} k_p] = (0.001)(0.40)(0.100) / [(1000)(9.81) + (200000 / 0.100)(9.8765 \times 10^{-10})] = 0.020151 \text{ s} \doteq \boxed{0.0202 \text{ s}}$$

【計算例】毛管脱水曲線

粒子密度 2650 kg/m³、平均粒子径 1.00 mm の球状粒子群からなる高さ 100 mm の湿潤粒子層に対する重力脱水時の毛管上昇高さの時間変化を 5 mm ごとに毛管脱水時間まで求めて点綴せよ。ただし、重力脱水時の毛管脱水時間 τ_g は、毛管上昇高さ h と相当飽和域高さ h_g の差 $(h-h_g)$ が h_g の 0.1% に達するまでの所要時間とする。空隙率 0.40、間隙水の密度 1000 kg/m³、粘度 0.001 Pa·s、接触角 0°、界面張力 0.072 kg/s²、重力加速度 9.81 m/s² とする。



$$S_V = \phi / D_{ps} = 6 / (1.00 \times 10^{-3}) = 6000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5S_V^2(1-\varepsilon)^2] = (0.40)^3 / [(5)(6000)^2(1-0.40)^2] = 9.8765 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$h_g = 0.275\gamma\cos\theta / (\rho g k_p^{1/2}) = (0.275)(0.072)(\cos 0^\circ) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})^{1/2}] = 0.064223 \text{ m}$$

$$h = 1.001h_g = (1.001)(0.064223) = 0.064287$$

$$\mu\varepsilon / (\rho g k_p) = (0.001)(0.40) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})] = 41.284 \text{ s/m}$$

$$\tau_g = [\mu\varepsilon / (\rho g k_p)] [(L-h) + h_g \ln \{(L-h_g)/(h-h_g)\}]$$

$$= (41.284) [(0.100 - 0.064287) + (0.064223) \ln \{(0.100 - 0.064223) / \{(0.064287 - 0.064223)\}}] = 18.247 \text{ s} \doteq 18.2 \text{ s}$$

$$t_0 = [\mu\varepsilon / (\rho g k_p)] [(L-h_0) + h_g \ln \{(L-h_g)/(h_0-h_g)\}]$$

$$= (41.284) [(0.100 - 0.100) + (0.064223) \ln \{(0.100 - 0.064223) / \{(0.100 - 0.064223)\}}] = 0$$

$$t_1 = [\mu\varepsilon / (\rho g k_p)] [(L-h_1) + h_g \ln \{(L-h_g)/(h_1-h_g)\}]$$

$$= (41.284) [(0.100 - 0.095) + (0.064223) \ln \{(0.100 - 0.064223) / \{(0.095 - 0.064223)\}}] = 0.60555 \text{ s} \doteq 0.61 \text{ s}$$

$$t_2 = [\mu\varepsilon / (\rho g k_p)] [(L-h_2) + h_g \ln \{(L-h_g)/(h_2-h_g)\}]$$

$$=(41.284)[(0.100-0.090)+(0.064223)\ln\{(0.100-0.064223)/(0.090-0.064223)\}]=1.2820 \text{ s} \doteq 1.3 \text{ s}$$

...

t [s]	0	0.61	1.3	2.1	3.0	4.2	6.1	11.6	18.2
h [mm]	100	95	90	85	80	75	70	65	64.3

3. 2 平均含液率

脱水中の湿量基準平均含液率 $w_{s,av}$ [-]と乾量基準平均含液率 $w_{d,av}$ [-]は、時間の関数としての平均飽和度 S_{av} [-]を用いて次式で表される。

$$w_{s,av} = \frac{\varepsilon S_{av} \rho}{\rho_b + \varepsilon S_{av} \rho} \quad \cdots(3.2.1)$$

$$w_{d,av} = \frac{\varepsilon S_{av} \rho}{\rho_b} \quad \cdots(3.2.2)$$

平均飽和度 S_{av} は、ある脱水時間における粒子層内の全液量が V_t [m³]であるとして、飽和度の定義より次式で表される。

$$S_{av} = \frac{V_t}{AL\varepsilon} \quad \cdots(3.2.3)$$

全液量 V_t は、飽和域において毛管脱水状態にある流下液量 V_c [m³]、低湿分域において膜脱水状態にある流下液量 V_f [m³]、低湿分域において平衡状態にある残留液量 V_r [m³]の和で表される。

$$V_t = V_c + V_f + V_r \quad \cdots(3.2.4)$$

$$V_c = Ah\varepsilon \quad \cdots(3.2.5)$$

$$V_f = A(L-h)(1-\varepsilon)S_v\delta_{av} \quad \cdots(3.2.6)$$

$$V_r = A(L-h)\varepsilon S_\infty \quad \cdots(3.2.7)$$

ただし、 h はある脱水時間における毛管上昇高さ[m]、 L は粒子層高さ[m]、 S_v は体積基準の粒子比表面積 [m²/m³]、 S_∞ は低湿分域の平衡飽和度[-]、 δ_{av} は平均液膜厚み[m]。

V_t の式に代入する。

$$V_t = Ah\varepsilon + A(L-h)(1-\varepsilon)S_v\delta_{av} + A(L-h)\varepsilon S_\infty \quad \cdots(3.2.8)$$

$$V_t = A\varepsilon[h + (L-h)S_\infty] + A(L-h)(1-\varepsilon)S_v\delta_{av} \quad \cdots(3.2.9)$$

平均液膜厚み δ_{av} は、直立平板流れの式より導かれる次式を用いる。[文献 2]

$$\delta_{av} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\mu L}{\rho g t}} \quad \cdots(3.2.10)$$

粒子層高さ L を粒子層最上部と毛管上昇高さの間隔 $(L-h)$ に置き換えた δ_{av} を V_t の式に代入する。

$$V_t = A\varepsilon[h + (L-h)S_\infty] + \frac{2}{3} A(L-h)(1-\varepsilon)S_v \sqrt{\frac{\mu(L-h)}{\rho g t}} \quad \cdots(3.2.11)$$

$$V_t = A\varepsilon[h + (L-h)S_\infty] + \frac{2}{3} A(1-\varepsilon)S_v \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(3.2.12)$$

S_{av} の式に代入する。

$$S_{av} = \frac{A\varepsilon[h + (L-h)S_\infty] + \frac{2}{3}A(1-\varepsilon)S_V \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}}}{AL\varepsilon} \quad \cdots(3.2.13)$$

$$S_{av} = \frac{h + (L-h)S_\infty}{L} + \frac{2}{3} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(3.2.14)$$

$$S_{av} = S_\infty + (1-S_\infty) \frac{h}{L} + \frac{2}{3} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(3.2.15)$$

透過率 k_p の式を次のように変形する。

$$k_p = \frac{\varepsilon^3}{5S_V^2(1-\varepsilon)^2} \quad \cdots(3.2.16)$$

$$\frac{5S_V^2 k_p}{\varepsilon} = \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^2 \quad \cdots(3.2.17)$$

$$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{S_V} \sqrt{\frac{\varepsilon}{5k_p}} \quad \cdots(3.2.18)$$

S_{av} の式に代入すると、任意の重力脱水時間における粒子層全体に対する平均飽和度を与える **Nenniger-Storrow の式**が導かれる。【文献 4】

$$S_{av} = S_\infty + (1-S_\infty) \frac{h}{L} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{S_V} \sqrt{\frac{\varepsilon}{5k_p}} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(3.2.19)$$

$$S_{av} = S_\infty + (1-S_\infty) \frac{h}{L} + 0.3 \left(\frac{L-h}{L} \right) \sqrt{\frac{\mu\varepsilon(L-h)}{\rho g k_p t}} \quad \cdots(3.2.20)$$

回分脱水における任意の脱水時間 t と毛管上昇高さ h の関係は、毛管脱水曲線の式を用いる。毛管脱水時間 τ_g 以降は、次の近似式が簡便である。

$$S_{av} = S_{av\infty} + 0.3 \left(\frac{L-h_g}{L} \right) \sqrt{\frac{\mu\varepsilon(L-h_g)}{\rho g k_p t}} \quad \left[S_{av\infty} = S_\infty + (1-S_\infty) \frac{h_g}{L} \right] \quad (\tau_g \leq t) \quad \cdots(3.2.21)$$

遠心脱水の場合は、重力脱水の推進力 ρg を遠心脱水の推進力 ρZg に置き換える。

$$S_{av} = S_\infty + (1-S_\infty) \frac{h}{L} + 0.3 \left(\frac{L-h}{L} \right) \sqrt{\frac{\mu\varepsilon(L-h)}{\rho Zg k_p t}} \quad \cdots(3.2.22)$$

$$S_{av} = S_{av\infty} + 0.3 \left(\frac{L-h_c}{L} \right) \sqrt{\frac{\mu\varepsilon(L-h_c)}{\rho Zg k_p t}} \quad \left[S_{av\infty} = S_\infty + (1-S_\infty) \frac{h_c}{L} \right] \quad (\tau_c \leq t) \quad \cdots(3.2.23)$$

$$S_{av} = S_\infty + 0.3 \sqrt{\frac{\tau_c}{t}} \quad \left[h_c \approx 0, \tau_c = \frac{\mu\varepsilon L}{\rho Zg k_p} \right] \quad (\tau_c \leq t) \quad \cdots(3.2.24)$$

通気脱水の場合は、重力脱水の推進力 ρg を通気脱水の推進力 $[\rho g + (\Delta P/L)]$ に置き換える。

$$S_{av} = S_{\infty} + (1 - S_{\infty}) \frac{h}{L} + 0.3 \left(\frac{L - h}{L} \right) \sqrt{\frac{\mu \varepsilon (L - h)}{[\rho g + (\Delta P/L)] k_p t}} \quad \cdots(3.2.25)$$

$$S_{av} = S_{av\infty} + 0.3 \left(\frac{L - h_a}{L} \right) \sqrt{\frac{\mu \varepsilon (L - h_a)}{[\rho g + (\Delta P/L)] k_p t}} \left[S_{av\infty} = S_{\infty} + (1 - S_{\infty}) \frac{h_a}{L} \right] \quad (\tau_a \leq t) \quad \cdots(3.2.26)$$

$$S_{av} = S_{\infty} + 0.3 \sqrt{\frac{\tau_a}{t}} \left[h_a \approx 0, \tau_a = \frac{\mu \varepsilon L}{[\rho g + (\Delta P/L)] k_p} \right] \quad (\tau_a \leq t) \quad \cdots(3.2.27)$$

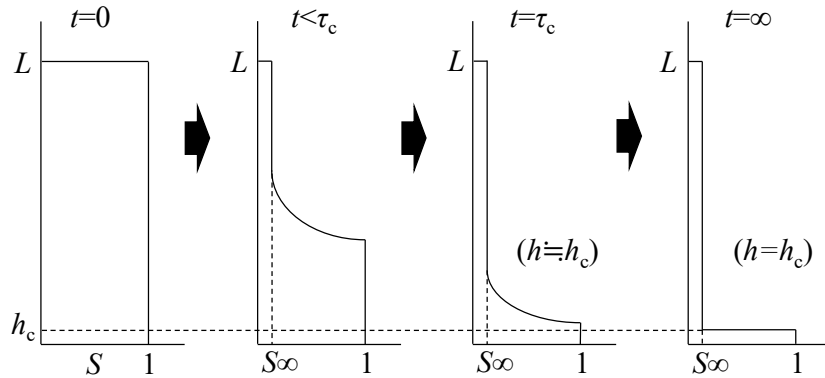


図 3.2 遠心脱水過程における飽和度分布挙動

【計算例】含液率曲線

粒子密度 2650 kg/m^3 、平均粒子径 1.00 mm の球状粒子群からなる高さ 100 mm の湿潤粒子層がある。①重力脱水時、②遠心脱水時、③通気脱水時、における乾量基準平均含液率 $w_{d,av}$ [wt%] の時間変化を無次元脱水時間 t/τ の 0 から 10 まで 1 ごとに求めて点綴せよ。空隙率 0.40 、間隙水の密度 1000 kg/m^3 、粘度 $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、接触角 0° 、界面張力 0.072 kg/s^2 、重力加速度 9.81 m/s^2 、遠心効果 1000 、通気圧 200 kPa とする。

$$\textcircled{1} S_v = \phi / D_{ps} = 6 / (1.00 \times 10^{-3}) = 6000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5 S_v^2 (1 - \varepsilon)^2] = (0.40)^3 / [(5)(6000)^2 (1 - 0.40)^2] = 9.8765 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$h_g = 0.275 \gamma \cos \theta / (\rho g k_p^{1/2}) = (0.275)(0.072)(\cos 0^\circ) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})^{1/2}] = 0.064223 \text{ m}$$

$$K_c = \rho g k_p / (\gamma \cos \theta) = (1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10}) / [(0.072)(\cos 0^\circ)] = 1.3456 \times 10^{-4} (< 0.02)$$

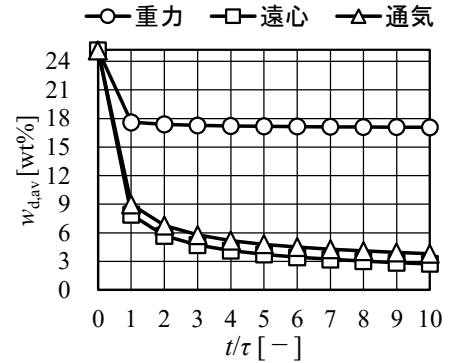
$$S_{\infty} = 0.075 (50 K_c)^{-0.37 \sqrt{1 - \phi}} = (0.075) [(50)(1.3456 \times 10^{-4})]^{-0.37 \sqrt{1 - 0.40}} = 0.075$$

$$S_{av\infty} = S_{\infty} + (1 - S_{\infty})(h_g/L) = 0.075 + (1 - 0.075)(0.064223/0.100) = 0.66906$$

$$\mu \varepsilon / (\rho g k_p) = (0.001)(0.40) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})] = 41.284 \text{ s/m}$$

$$\tau_g = [\mu \varepsilon / (\rho g k_p)] [(L - h) + h_g \ln \{(L - h_g) / (h - h_g)\}]$$

$$= (41.284) [(0.100 - 0.064287) + (0.064223) \ln \{(0.100 - 0.064223) / \{(0.064287 - 0.064223)\}}] = 18.247 \text{ s}$$



$$S_{av,0}=1$$

$$\rho_b=(1-\varepsilon)\rho_p=(1-0.40)(2650)=1590 \text{ kg/m}^3$$

$$w_{d,av0}=\varepsilon S_{av,0}\rho/\rho_b=(0.40)(1)(1000)/(1590)=25.157 \text{ wt}\%$$

$$S_{av,1}=S_{av,0}+0.3[(L-h_g)/L][\mu\varepsilon(L-h_g)/(\rho g k_p \tau_g)]^{1/2}$$

$$=0.66906+(0.3)[(0.100-0.064223)/(0.100)][(41.284)(0.100-0.064223)/(18.247)]^{1/2}=0.69959$$

$$w_{d,av1}=\varepsilon S_{av,1}\rho/\rho_b=(0.40)(1000)(0.69959)/(1590)=17.599 \text{ wt}\%$$

$$2\tau_g=(2)(18.247)=36.494 \text{ s}$$

$$S_{av,2}=S_{av,1}+0.3[(L-h_g)/L][\mu\varepsilon(L-h_g)/(\rho g k_p 2\tau_g)]^{1/2}$$

$$=0.66906+(0.3)[(0.100-0.064223)/(0.100)][(41.284)(0.100-0.064223)/(36.494)]^{1/2}=0.69065$$

$$w_{d,av2}=\varepsilon S_{av,2}\rho/\rho_b=(0.40)(0.69065)(1000)/(1590)=17.374 \text{ wt}\%$$

...

t/τ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$w_{d,av}$ 重力	25.2	17.6	17.4	17.3	17.2	17.2	17.1	17.1	17.1	17.1	17.1

$$\textcircled{2} \tau_c=[\mu\varepsilon/(\rho g k_p)]/Z=41.284/1000=0.041284 \text{ s}$$

$$K_c=\rho Z g k_p/(\gamma \cos\theta)=(1000)(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})/[(0.072)(\cos 0^\circ)]=0.13456(>0.02)$$

$$S_\infty=2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88}=(2.40 \times 10^{-3})(0.13456)^{-0.88}=0.014020$$

$$S_{av,0}=1$$

$$w_{d,av0}=25.157 \text{ wt}\%$$

$$S_{av,1}=S_\infty+0.3(\tau_c/t)^{1/2}=S_\infty+0.3(\tau_c/\tau_c)^{1/2}=0.014020+(0.3)(1)=0.31402$$

$$w_{d,av1}=\varepsilon S_{av,1}\rho/\rho_b=(0.40)(0.31402)(1000)/(1590)=7.8998 \text{ wt}\%$$

$$2\tau_c=(2)(0.041284)=0.082568 \text{ s}$$

$$S_{av,2}=S_\infty+0.3(\tau_c/t)^{1/2}=S_\infty+0.3(\tau_c/2\tau_c)^{1/2}=0.014020+(0.3)(1/2)^{1/2}=0.22615$$

$$w_{d,av2}=\varepsilon S_{av,2}\rho/\rho_b=(0.40)(0.22615)(1000)/(1590)=5.6893 \text{ wt}\%$$

...

t/τ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$w_{d,av}$ 遠心	25.2	7.90	5.69	4.71	4.13	3.73	3.43	3.21	3.02	2.87	2.74

$$\textcircled{3} \tau_a=\mu\varepsilon L/[\{\rho g+(\Delta P/L)\}k_p]=(0.001)(0.40)(0.100)/[(1000)(9.81)+(200000/0.100)(9.8765 \times 10^{-10})]=0.020151 \text{ s}$$

$$K_c=[\rho g+(\Delta P/L)]k_p/(\gamma \cos\theta)=[(1000)(9.81)+(2.00 \times 10^5/0.100)](9.8765 \times 10^{-10})/[(0.072)(\cos 0^\circ)]=0.027569(>0.02)$$

$$S_\infty=2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88}=(2.40 \times 10^{-3})(0.027569)^{-0.88}=0.056577$$

$$S_{av,0}=1$$

$$w_{d,av0}=25.157 \text{ wt}\%$$

$$S_{av,1}=S_\infty+0.3(\tau_a/t)^{1/2}=S_\infty+0.3(\tau_a/\tau_a)^{1/2}=0.056577+(0.3)(1)=0.35657$$

$$w_{d,av1}=\varepsilon S_{av,1}\rho/\rho_b=(0.40)(0.35657)(1000)/(1590)=8.9703 \text{ wt}\%$$

$$2\tau_a=(2)(0.020151)=0.040302 \text{ s}$$

$$S_{av,2}=S_\infty+0.3(\tau_a/t)^{1/2}=S_\infty+0.3(\tau_a/2\tau_a)^{1/2}=0.056577+(0.3)(1/2)^{1/2}=0.26870$$

$$w_{d,av2}=\varepsilon S_{av,2}\rho/\rho_b=(0.40)(0.26870)(1000)/(1590)=6.7597 \text{ wt}\%$$

...

t/τ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$w_{d,av}$ 通気	25.2	8.97	6.76	5.78	5.20	4.80	4.50	4.28	4.09	3.94	3.81

4. 回分遠心脱水機的设计

4. 1 構造設計

バスケット容積 V_B [m³]は、実際に脱水が行われるバスケット有効容積 V_{eff} [m³]を目安に決定する。

$$V_B = \frac{V_{\text{eff}}}{\eta_c} \quad \cdots(4.1.1)$$

ただし、 η_c は有効容積率[-]。

バスケット有効容積 V_{eff} は、近似的に脱水ケーキ層の容積に等しいものとみなして、脱水ケーキ中の固体量 W_c [kg 乾燥固体]とかさ密度 ρ_b [kg/m³]の比で表される。

$$V_{\text{eff}} = \frac{W_c}{\rho_b} \quad \cdots(4.1.2)$$

$$W_c = M_{\text{sl}}s_{\text{sl}} \quad \cdots(4.1.3)$$

ただし、 M_{sl} は原料スラリー重量[kg]、 s_{sl} は原料スラリー中の固体濃度[kg 乾燥固体/kg 原料スラリー]。

バスケット径 D_B [m]は、バスケットを円筒とみなして次式のように導かれる。

$$V_B = \frac{\pi D_B^2 H_B}{4} \quad \cdots(4.1.4)$$

$$V_B = \frac{\pi(H_B/D_B)D_B^3}{4} \quad \cdots(4.1.5)$$

$$D_B = \left[\frac{4V_B}{\pi(H_B/D_B)} \right]^{1/3} \quad \cdots(4.1.6)$$

ただし、 H_B はバスケット深さ[m]、 H_B/D_B はバスケット径—バスケット深さ比[-](1/3~1 程度)。

ケーキ厚み L [m]は、ケーキ形状が厚みのある円環であるものとして次式のように導かれる。

$$V_{\text{eff}} = \pi(r_2^2 - r_1^2)H_B \quad \cdots(4.1.7)$$

$$V_{\text{eff}} = \pi[r_2^2 - (r_2 - L)^2]H_B \quad \cdots(4.1.8)$$

$$V_{\text{eff}} = \pi(2r_2L - L^2)H_B \quad \cdots(4.1.9)$$

$$V_{\text{eff}} = \pi L(D_B - L)H_B \quad \cdots(4.1.10)$$

$$V_{\text{eff}} \approx \pi L D_B H_B \quad \cdots(4.1.11)$$

$$L = \frac{V_{\text{eff}}}{\pi(H_B/D_B)D_B^2} \quad \cdots(4.1.12)$$

ただし、 r_1 は遠心回転軸からケーキ表面までの距離[m]、 r_2 はバスケット半径[m]。

4. 2 脱水量

回分脱水機に原料スラリー M_{sl} [kg] が供給されるとただちに飽和度 1 の湿潤ケーキ M [kg] が形成され、そこから平均飽和度 S_{av} の脱水ケーキ M_c [kg] と分離液 M_l [kg] に脱水分離されるものとする。このとき、脱水前後の物質収支式は、次式で表される。

$$(\text{全物質収支}) \quad M = M_c + M_l (= M_c + \rho V) \quad \cdots(4.2.1)$$

$$(\text{固体量収支}) \quad Ms = M_c s_c (= M_{sl} s_{sl} = W_c) \quad \cdots(4.2.2)$$

ただし、 s は湿潤ケーキ中の固体濃度[kg 乾燥固体/kg 湿潤ケーキ]、 s_c は脱水ケーキ中の固体濃度[kg 乾燥固体/kg 脱水ケーキ]、 s_{sl} は原料スラリー中の固体濃度 [kg 乾燥固体/kg 原料スラリー]、 V は脱水量[m³]、 W_c は脱水ケーキ中の固体量[kg 乾燥固体]、 ρ は液密度[kg/m³]。

固体量収支式の M と M_c を全物質収支式に代入すると、脱水量 V [m³] が導かれる。

$$\frac{W_c}{s} = \frac{W_c}{s_c} + \rho V \quad \cdots(4.2.3)$$

$$V = \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s_c} \right) \frac{W_c}{\rho} \quad \cdots(4.2.4)$$

$$V = \left(\frac{s_c - s}{s s_c} \right) \frac{W_c}{\rho} \quad \cdots(4.2.5)$$

$$V = \frac{1 - (s/s_c)}{\rho s} W_c \quad \cdots(4.2.6)$$

$$\boxed{V = \frac{1 - ms}{\rho s} W_c} \quad \left[m \equiv \frac{1}{s_c} \right] \quad \cdots(4.2.7)$$

ただし、 m は脱水ケーキの湿乾質量比[kg 脱水ケーキ/kg 乾燥固体]。

飽和度 1 の湿潤ケーキ中の固体濃度 s は、次式のように導かれる。

$$s = \frac{AL(1 - \varepsilon)\rho_p}{AL(1 - \varepsilon)\rho_p + AL\varepsilon\rho} \quad \cdots(4.2.8)$$

$$s = \frac{(1 - \varepsilon)\rho_p}{(1 - \varepsilon)\rho_p + \varepsilon\rho} \quad \cdots(4.2.9)$$

$$s = \frac{\rho_b}{\rho_b + \varepsilon\rho} \quad \cdots(4.2.10)$$

$$\boxed{s = \frac{1}{1 + \varepsilon(\rho/\rho_b)}} \quad \cdots(4.2.11)$$

湿乾質量比 m は、次式のように導かれる。

$$m = \frac{W_c + M_r}{W_c} \quad \cdots(4.2.12)$$

$$m = 1 + \frac{M_r}{W_c} \quad \cdots(4.2.13)$$

$$\boxed{m = 1 + w_{d,av}} \quad \cdots(4.2.14)$$

ただし、 M_r は脱水ケーキ中の残留液量[kg]、 $w_{d,av}$ は脱水ケーキの乾量基準平均含液率 $w_{d,av}$ [-]。

4. 3 回分時間

遠心脱水時の回分時間 τ [s]は、膜脱水過程が支配的に進むものとして、平均飽和度 S_{av} の近似式より導かれる。

$$\tau = \frac{0.09\tau_c}{(S_{av} - S_\infty)^2} \left[\tau_c = \frac{\mu\varepsilon L}{\rho Z g k_p} \right] \quad \dots(4.3.1)$$

平均飽和度 S_{av} は、脱水時平均含液率の式より求める。

$$S_{av} = \frac{\rho_b W_{d,av}}{\varepsilon \rho} \quad \dots(4.3.2)$$

4. 4 遠心効果

遠心脱水時の遠心効果 Z は、遠心力 $mr\omega^2$ と重力 mg の比で定義される。遠心脱水の場合、粒子層内の透過液に作用する遠心半径 r は、遠心中心から粒子層入口までの距離 r_1 から遠心中心から粒子層出口までの距離 r_2 ($>r_1$)へと変化する。 r を平均遠心半径 r_{av} に置き換えた平均遠心効果 Z_{av} を Z のかわりに用いる。

$$Z = \frac{mr\omega^2}{mg} \quad \dots(4.4.1)$$

$$Z = \frac{r(2\pi n)^2}{g} \quad \dots(4.4.2)$$

$$Z = \frac{4\pi^2 r n^2}{g} \quad \dots(4.4.3)$$

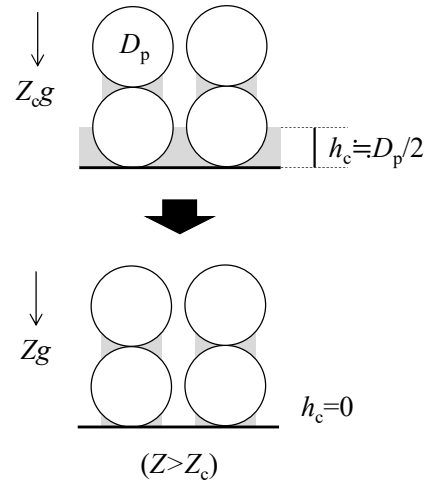
$$\boxed{Z_{av} = \frac{4\pi^2 r_{av} n^2}{g}} \quad \dots(4.4.4)$$

$$r_{av} = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad \dots(4.4.5)$$

$$r_{av} = \frac{2r_2 - L}{2} \quad [L = r_2 - r_1] \quad \dots(4.4.6)$$

$$r_{av} = \frac{D_B - L}{2} \quad \dots(4.4.7)$$

$$r_{av} \approx \frac{D_B}{2} \quad \dots(4.4.8)$$



遠心効果 Z は、重力脱水時と遠心脱水時の相当飽和域高さ h_g と h_c の比で表される。実用上は、 h_c が粒子半径 $D_p/2$ 以下となるように、**臨界遠心効果** Z_c よりも大きくする。この条件において毛管上昇液が完全に除去され、飽和域が解消されるものとみなす。

$$Z_c \left(= \frac{h_g}{h_c} \right) = \frac{2h_g}{D_p} \quad \dots(4.4.9)$$

4. 5 所要脱水動力

遠心脱水時の所要脱水動力 P [W]は、スラリーの加速動力 P_a [W]と回転体の流体抵抗および軸受部の摩擦損失 P_f [W]の和で与えられる。 P_a に近似させる。

$$P = \frac{P_a + P_f}{\eta_M} \approx \frac{P_a}{\eta_M} \quad \dots(4.5.1)$$

ただし、 η_M は機械効率[-]。

加速動力 P_a [W]は、回転中のバスケットに原料スラリーを給液して仕込むものとして、次式のように導かれる。

$$P_a = \frac{M_{sl}}{t_a} v^2 \quad \dots(4.5.2)$$

$$P_a = \frac{M_{sl}}{t_a} (r\omega)^2 \quad \dots(4.5.3)$$

$$P_a = \frac{M_{sl}}{t_a} \left(\frac{D_B}{2} \right)^2 (2\pi n)^2 \quad \dots(4.5.4)$$

$$P_a = \pi^2 n^2 D_B^2 \frac{M_{sl}}{t_a} \quad \dots(4.5.5)$$

ただし、 D_B はバスケット径[m]、 M_{sl} はスラリー重量[kg]、 t_a は給液時間[s]、 v は周速[m/s]。

【計算例】回分遠心脱水機

回分遠心脱水機により下記の条件でスラリーを分離する。スラリーが供給されるとただちに飽和度 1 の湿潤ケーキが形成され、毛管脱水が瞬時に完了するものとする。①バスケット容積 V_B [L]、②バスケット径 D_B [mm]、③バスケット深さ H_B [mm]、④ケーキ厚み L [mm]、⑤脱水量 V [L]、⑥臨界遠心効果 Z_c [-]、⑦回分時間 τ_c [min]、⑧所要脱水動力 P [kW]を求めよ。(①65.1 L, ②33.1 mm, ③16.6 mm, ④58.0 mm, ⑤3.68 L, ⑥514, ⑦16.0 min, ⑧0.164 kW)

バスケット有効容積率 η_e	0.7	粒子密度 ρ_p	2650 kg/m ³
バスケット深さーバスケット径比 H_B/D_B	0.5	粒子形状	球
平均遠心効果 Z_{av}	600	平均粒子径 D_p	0.50 mm
バスケット回転速度 n	990 rpm	空隙率 ε	0.40
機械効率 η_M	0.90	液密度 ρ	1000 kg/m ³
原料給液時間 t_a	120 s	液粘度 μ	1.00 mPa·s
乾量基準平均脱液率 $w_{d,av}$	2.00 wt%	界面張力 γ	0.072 kg/s ²
原料スラリー重量 M_{sl}	60.0 kg	接触角 θ	0°
原料スラリー中の固体濃度 s_{sl}	26.5 wt%	重力加速度 g	9.81 m/s ²

$$\textcircled{1} W_c = M_{sl} s_{sl} = (60.0)(0.265) = 15.9 \text{ kg}$$

$$V_{\text{eff}} = W_c / \rho_b = 15.9 / 1590 = 0.01 \text{ m}^3$$

$$V_B = V_{\text{eff}} / \eta_c = 0.01 / 0.7 = 0.014285 \text{ m}^3 \doteq \boxed{14.3 \text{ L}}$$

$$\textcircled{2} D_B = [(4V_B / \pi) / (H_B / D_B)]^{1/3} = [(4)(0.014285 / \pi) / (0.5)]^{1/3} = 0.33133 \text{ m} \doteq \boxed{33.1 \text{ mm}}$$

$$\textcircled{3} H_B = (H_B / D_B) D_B = (0.5)(0.33133) = 0.16566 \text{ m} \doteq \boxed{16.6 \text{ mm}}$$

$$\textcircled{4} L = W_c / [\pi (H_B / D_B) D_B^2 \rho_b] = (15.9) / [\pi (0.5)(0.33133)^2 (1590)] = 0.057990 \text{ m} \doteq \boxed{58.0 \text{ mm}}$$

$$\textcircled{5} m = 1 + w_{d,\text{av}} = 1 + 0.0200 = 1.0200$$

$$\rho_b = (1 - \varepsilon) \rho_p = (1 - 0.40)(2650) = 1590 \text{ kg/m}^3$$

$$s = 1 / [1 + (\varepsilon \rho / \rho_b)] = 1 / [1 + (0.40)(1000 / 1590)] = 0.79899$$

$$V = (1 - ms) W_c / (\rho s) = [1 - (1.0200)(0.79899)](15.9) / [(1000)(0.79899)] = 0.00368212 \text{ m}^3 \doteq \boxed{3.68 \text{ L}}$$

$$\textcircled{6} S_v = \phi / D_{ps} = 6 / (0.50 \times 10^{-3}) = 12000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5 S_v^2 (1 - \varepsilon)^2] = (0.40)^3 / [(5)(12000)^2 (1 - 0.40)^2] = 2.4691 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$h_g = 0.275 \gamma \cos \theta / (\rho g k_p^{1/2}) = (0.275)(0.072)(\cos 0^\circ) / [(1000)(9.81)(2.4691 \times 10^{-10})^{1/2}] = 0.12844 \text{ m}$$

$$Z_c = 2 h_g / D_p = (2)(0.12844) / (0.50 \times 10^{-3}) = 513.76 \doteq \boxed{514} (< Z_{\text{av}})$$

$$\textcircled{7} \tau_c = [\mu \varepsilon / (\rho g k_p)] / Z = [(1.00 \times 10^{-3})(0.40) / \{(1000)(9.81)(2.4691 \times 10^{-10})\}] / (600) = 0.27523 \text{ s}$$

$$K_c = \rho Z g k_p / (\gamma \cos \theta) = (1000)(600)(9.81)(2.4691 \times 10^{-10}) / [(0.072)(\cos 0^\circ)] = 0.020184 (> 0.02)$$

$$S_{\infty} = 2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88} = (2.40 \times 10^{-3})(0.020184)^{-0.88} = 0.074439$$

$$S_{\text{av}} = \rho_b w_{d,\text{av}} / (\varepsilon \rho) = (1590)(2.00 \times 10^{-2}) / [(0.40)(1000)] = 0.0795$$

$$\tau = 0.09 \tau_c / (S_{\text{av}} - S_{\infty})^2 = (0.09)(0.27523) / (0.0795 - 0.074439)^2 = 963.27 \text{ s} = 16.054 \text{ min} \doteq \boxed{16.0 \text{ min}}$$

$$\textcircled{8} P_a = \pi^2 n^2 D_B^2 M_{sl} / t_a = \pi^2 (990/60)^2 (0.33133)^2 (60.0) / (120) = 147.48 \text{ W}$$

$$P = P_a / \eta_M = 147.48 / 0.90 = 163.86 \text{ W} \doteq \boxed{0.164 \text{ kW}}$$

5. 連続遠心脱水機的设计

5. 1 性能设计

押出型連続遠心脱水機のスラリー処理量 Q_{sl} [t/h]は、次式のように導かれる。

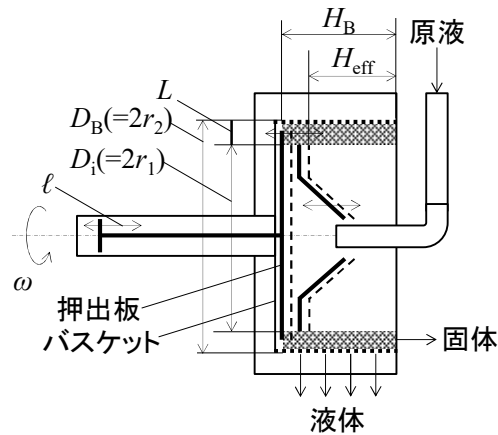
$$Q_{sl} = \frac{60\pi(r_2^2 - r_1^2)u_s \rho_b}{s_{sl}} \quad \dots(5.1.1)$$

$$Q_{sl} = \frac{60\pi[r_2^2 - (r_2 - L)^2]u_s \rho_b}{s_{sl}} \quad \dots(5.1.2)$$

$$Q_{sl} = \frac{60\pi(2r_2 L - L^2)u_s \rho_b}{s_{sl}} \quad \dots(5.1.3)$$

$$Q_{sl} = \frac{60\pi L(D_B - L)u_s \rho_b}{s_{sl}} \quad \dots(5.1.4)$$

$$Q_{sl} \approx \frac{60\pi L D_B u_s \rho_b}{s_{sl}} \quad \dots(5.1.5)$$



$$\boxed{Q_{sl} = \frac{60\pi(L/D_B)D_B^2 u_s \rho_b}{s_{sl}}} \quad \cdots(5.1.6)$$

$$u_s = \ell f \eta_T \quad \cdots(5.1.7)$$

ただし、 D_B はバスケット径[m]、 f は押出板のストローク数[rpm](一般に、40~60 rpm)、 ℓ はストローク長[m](一般に、30~75 mm)、 L/D_B はケーキ厚みーバスケット径比[-]、 s_{sl} は原料スラリー中の固体濃度[kg 乾燥固体/kg 原料スラリー]、 u_s は固体の移動速度[m/min]、 ρ_b はケーキかさ密度[t/m³]、 η_T はケーキ輸送効率[-](ケーキの圧縮と押ししを考慮)。

ケーキ厚みーバスケット径比 L/D_B は、ケーキ厚み L の式より導かれる。

$$\frac{L}{D_B} = \frac{V_{\text{eff}}}{\pi(H_B/D_B)D_B^3} \quad \cdots(5.1.8)$$

脱水量 Q_V [m³/h]は、物質収支より導かれる。

$$Q_V = 1000 \left(\frac{1-ms}{\rho_s} \right) Q_{sl} s_{sl} \quad \cdots(5.1.9)$$

固体基準の平均滞留時間 τ [s]は、次式のように導かれる。

$$\tau = \frac{W_c}{Q_{sl} s_{sl}} \quad \cdots(5.1.10)$$

$$\tau = \frac{\pi(r_2^2 - r_1^2)H_B \rho_b}{\pi(r_2^2 - r_1^2)(u_s/60)\rho_b} \quad \cdots(5.1.11)$$

$$\boxed{\tau = \frac{60H_B}{u_s}} \quad \cdots(5.1.12)$$

多段式の場合は、各段の平均滞留時間の和を取る(ストローク数とストローク長は、各段で同じ)。

乾量基準平均含液率 $w_{d,av}$ [-]は、次式より求める。

$$w_{d,av} = \frac{\varepsilon S_{av} \rho}{\rho_b} \quad \cdots(5.1.13)$$

$$S_{av} = S_{\infty} + 0.3 \sqrt{\frac{\tau_c}{\tau}} \left[\tau_c = \frac{\mu \varepsilon L}{\rho Z g k_p} \right] \quad \cdots(5.1.14)$$

5. 2 構造設計

バスケット容積 V_B [m³]は、実際に脱水が行われるバスケット有効容積 V_{eff} [m³]を目安に決定する。

$$V_B = \frac{V_{\text{eff}}}{\eta_c} \quad \cdots(5.2.1)$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{W_c}{\rho_b} \quad \cdots(5.2.2)$$

$$W_c = Q_{sl} s_{sl} \tau \quad \cdots(5.2.3)$$

ただし、 Q_{sl} はスラリー供給量[t/h]、 τ は固体基準の滞留時間[h]。

スラリー供給量 Q_{sl} [t/h]は、次式で表される許容供給量 $Q_{sl,max}$ [t/h]を越えないようにする。

$$Q_{sl,max} = \frac{60\pi(L/D_B)D_B^2 u_s \rho_b}{s_{sl}} \quad \dots(5.2.4)$$

5. 3 所要脱水動力

押出型連続遠心脱水機の所要脱水動力 P [W]は、バスケットの回転動力 P_r [W]と押出板の往復動力 P_s [W]の和で表される。

$$P = P_r + P_s \quad \dots(5.3.1)$$

回転動力 P_r は、スラリーの加速動力 P_a [W]と回転体の流体抵抗および軸受部の摩擦損失 P_f [W]と P_p [W]の和で与えられる。 P_a に近似させる。

$$P_r = \frac{P_a + P_f}{\eta_M} \quad \dots(5.3.2)$$

$$P_r \approx \frac{P_a}{\eta_M} \quad \dots(5.3.3)$$

$$P_r = \frac{1000}{3600} \left(\frac{Q_{sl} v^2}{\eta_M} \right) \quad \dots(5.3.4)$$

$$P_r = \frac{1000}{3600} \left[\frac{Q_{sl} (r\omega)^2}{\eta_M} \right] \quad \dots(5.3.5)$$

$$P_r = \frac{1000}{3600} \left[\frac{Q_{sl} (D_B/2)^2 (2\pi n)^2}{\eta_M} \right] \quad \dots(5.3.6)$$

$$P_r = \frac{2.74n^2 D_B^2 Q_{sl}}{\eta_M} \quad \dots(5.3.7)$$

ただし、 η_M は機械効率[-]。

往復動力 P_s は、ケーキが押し出される際にバスケット壁面との間で発生する摩擦抗力 F [N]を考慮して次式で表される。

$$P_s = \frac{F \ell f}{60\eta_M} \quad \dots(5.3.8)$$

遠心力場における摩擦抗力 F [N]は、次式のように導かれる。

$$F = \mu_w W_c a_c \quad \dots(5.3.9)$$

$$F = \mu_w [\pi L D_B H_B (1000 \rho_b)] (r\omega^2) \quad \dots(5.3.10)$$

$$F = 1000 \mu_w \pi \left(\frac{L}{D_B} \right) \left(\frac{H_B}{D_B} \right) D_B^3 \rho_b (D_B/2) (2\pi n)^2 \quad \dots(5.3.11)$$

$$F = 2000 \pi^3 \mu_w (L/D_B) (H_B/D_B) D_B^4 n^2 \rho_b \quad \dots(5.3.12)$$

ただし、 a_c は向心加速度[m/s²]、 μ_w はケーキの壁面摩擦係数[-]。

多段式の場合は、各段の摩擦抵抗の和に加えてケーキが段を乗り越える際の抵抗を考慮する必要がある。

【計算例】連続遠心脱水機

押出型連続遠心脱水機により下記の条件でスラリーを分離する。スラリーが供給されるとただちに飽和度1の湿潤ケーキが形成され、毛管脱水が瞬時に完了するものとする。①バスケット容積 V_B [L]、②スラリー処理量 Q_{sl} [t/h]、③滞留時間 τ [s]、④平均遠心効果 Z_{av} [-]、⑤臨界遠心効果 Z_c [-]、⑥乾量基準平均脱水率 $w_{d,av}$ [wt%]、⑦脱水量 Q_v [m³/h]、⑧所要脱水動力 P [kW]を求めよ。(①71.4 L, ②15.9 t/h, ③60 s, ④274, ⑤128, ⑥1.48 wt%, ⑦1.13 m³/h, ⑧8.24 kW)

バスケット有効容積 V_{eff}	50.0 L	原料スラリー中の固体濃度 s_{sl}	30.0 wt%
バスケット有効容積率 η_e	0.7	粒子密度 ρ_p	2650 kg/m ³
バスケット径 D_B	500 mm	粒子形状	球
バスケット深さーバスケット径比 H_B/D_B	0.5	平均粒子径 D_p	1.00 mm
バスケット回転速度 n	990 rpm	空隙率 ε	0.40
押出板のストローク数 f	50 rpm	液密度 ρ	1000 kg/m ³
押出板のストローク長 ℓ	50.0 mm	液粘度 μ	1.00 mPa·s
ケーキ輸送効率 η_T	0.1	界面張力 γ	0.072 kg/s ²
機械効率 η_M	0.9	接触角 θ	0°
原料給液時間 t_a	120 s	ケーキの壁面摩擦係数 μ_w	0.50
乾量基準平均脱水率 $w_{d,av}$	2.00 wt%	重力加速度 g	9.81 m/s ²

$$\textcircled{1} V_B = V_{eff} / \eta_e = 50.0 / 0.7 = 71.428 \text{ L} \doteq \boxed{71.4 \text{ L}}$$

$$\textcircled{2} \rho_b = (1 - \varepsilon) \rho_p = (1 - 0.40)(2650) = 1590 \text{ kg/m}^3 = 1.590 \text{ t/m}^3$$

$$L/D_B = V_{eff} / [\pi (H_B/D_B) D_B^3] = (50.0 \times 10^{-3}) / [(0.5\pi)(0.500)^3] = 0.25464$$

$$u_s = \ell f \eta_T = (50.0 \times 10^{-3})(50)(0.1) = 0.250 \text{ m/min}$$

$$Q_{sl} = 60\pi (L/D_B) D_B^2 u_s \rho_b / s_{sl} = 60\pi (0.25464)(0.500)^2 (0.250)(1.590) / (0.300) = 15.899 \text{ t/h} \doteq \boxed{15.9 \text{ t/h}}$$

$$\textcircled{3} H_B = (H_B/D_B) D_B = (0.5)(0.500) = 0.250 \text{ m}$$

$$\tau = 60 H_B / u_s = (60)(0.250) / (0.250) = \boxed{60 \text{ s}}$$

$$\textcircled{4} r_{av} = D_B / 2 = 0.500 / 2 = 0.250 \text{ m}$$

$$Z_{av} = 4\pi^2 r_{av} n^2 / g = 4\pi^2 (0.250)(990/60)^2 / (9.81) = 273.90 \doteq \boxed{274}$$

$$\textcircled{5} S_V = \phi / D_{ps} = 6 / (1.00 \times 10^{-3}) = 6000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

$$k_p = \varepsilon^3 / [5 S_V^2 (1 - \varepsilon)^2] = (0.40)^3 / [(5)(6000)^2 (1 - 0.40)^2] = 9.8765 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$h_g = 0.275 \gamma \cos \theta / (\rho g k_p^{1/2}) = (0.275)(0.072)(\cos 0^\circ) / [(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})^{1/2}] = 0.064223 \text{ m}$$

$$Z_c = 2h_g / D_p = (2)(0.064223) / (1.00 \times 10^{-3}) = 128.44 \doteq \boxed{128} (< Z_{av})$$

$$\textcircled{6} K_c = \rho Z_{av} g k_p / (\gamma \cos \theta) = (1000)(273.90)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10}) / [(0.072)(\cos 0^\circ)] = 0.036857 (> 0.02)$$

$$S_{oc} = 2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88} = (2.40 \times 10^{-3})(0.036857)^{-0.88} = 0.043820$$

$$\tau_c = [\mu \varepsilon / (\rho g k_p)] / Z_{av} = [(0.001)(0.40) / \{(1000)(9.81)(9.8765 \times 10^{-10})\}] / 273.90 = 0.15072 \text{ s}$$

$$S_{av} = S_{oc} + 0.3(\tau_c / \tau)^{1/2} = 0.043820 + (0.3)(0.15072/60)^{1/2} = 0.058855$$

$$w_{d,av} = \varepsilon S_{av} \rho / \rho_b = (0.40)(0.058855)(1000) / (1590) = 0.014806 \doteq \boxed{1.48 \text{ wt}\%}$$

$$\textcircled{7} m = 1 + w_{d,av} = 1 + 0.014806 = 1.0148$$

$$s = 1 / [1 + (\varepsilon \rho / \rho_b)] = 1 / [1 + (0.40)(1000/1590)] = 0.79899$$

$$\begin{aligned}
Q_V &= (1000)(1 - ms)Q_{sl}S_{sl}/(\rho s) \\
&= (1000)[1 - (1.0148)(0.79899)](15.899)(0.30)/[(1000)(0.79899)] = 1.1293 \text{ m}^3/\text{h} \doteq \boxed{1.13 \text{ m}^3/\text{h}} \\
\textcircled{8} P_r &= 2.74n^2 D_B^2 Q_{sl}/\eta_M = (2.74)(990/60)^2 (0.500)^2 (15.899)/(0.9) = 3294.4 \text{ W} \\
F &= 2000\pi^3 \mu_w (L/D_B)(H_B/D_B) D_B^4 n^2 \rho_b = (2000\pi^3)(0.50)(0.25464)(0.5)(0.500)^4 (990/60)^2 (1.590) = 106804 \text{ N} \\
P_s &= F\ell f/(60\eta_M) = (106804)(50.0 \times 10^{-3})(50/60)/(0.9) = 4944.6 \text{ W} \\
P &= P_r + P_s = 3294.4 + 4944.6 = 8239 \text{ W} = \boxed{8.24 \text{ kW}}
\end{aligned}$$

(補遺) 通気脱水特性

通気脱水時の通気圧 ΔP は、エルガンの式を用いる。

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{(\phi_c D_p)^2} + 1.75 \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\rho u^2}{\phi_c D_p} \quad \cdots(1)$$

$$u = \frac{Q}{A} \quad \cdots(2)$$

ただし、 A は通気断面積[m²]、 Q は通気量[m³/s]、 u は空塔速度[m/s]、 ρ は空気密度[kg/m³]、 μ は空気粘度[Pa·s]。

実用上は、重力場での吸引毛管圧 ΔP_g [Pa] よりも大きくなるように通気圧 ΔP を決定する。

$$\Delta P_g = \rho g h_g \quad \cdots(3)$$

通気脱水時の回分時間 τ [s] は、膜脱水過程が支配的に進むものとして、平均飽和度 S_{av} の近似式より導かれる。

$$\tau = \frac{0.09\tau_a}{(S_{av} - S_\infty)^2} \left[\tau_a = \frac{\mu\varepsilon L}{[\rho g + (\Delta P/L)]k_p} \right] \quad \cdots(4)$$

通気脱水時の粒子層高さ L [m] は、次式のように導かれる。

$$W_c = AL(1 - \varepsilon)\rho_p \quad \cdots(5)$$

$$\boxed{L = \frac{W_c}{\rho_b A}} \quad \cdots(6)$$

参考文献

- [1] 村瀬敏朗, 中倉英雄, 森英利, 白戸紋平; 化学工学論文集, **11**, 77-83(1985)
- [2] 藤田重文, 東畑平一郎(編); 化学工学Ⅱ(第2版)「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.6 章
- [3] 世界濾過工学会日本会(編); 濾過工学ハンドブック, 丸善(2009), 4 章
- [4] E. Nenniger and J.A. Storrow; *AIChE J.*, **4**, 305-316 (1961)

参考書

(下線は推薦図書)

- [1] 大山義年; 遠心分離(新化学工学講座V-3), 日刊工業新聞社(1958), 4 章
- [2] 藤田重文(監修); 単位操作演習, 科学技術社(1960), pp.374-378
- [3] 藤田重文, 東畑平一郎(編); 化学工学Ⅱ(第2版)「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.6 章
- [4] 化学工学協会(編); 濾過工学 化学工学の進歩 8, 槇書店(1974), 8.4 章
- [5] 藤田重文(編); 化学工学演習(第2版), 東京化学同人(1979), 13.4 章
- [6] 化学工学協会(編); 化学工学便覧(改訂四版), 丸善(1978), 14.6.5 章
- [7] 化学工学協会(編); 化学工学演習 1, 丸善(1969), 4.4 章
- [8] 村瀬敏朗, 柴田正人, 赤塚栄吉郎; 固液分離(食品工学基礎講座 7), 光琳(1988), 第4 章
- [9] Richard J. Wakeman; Filtration Post-treatment Processes (Chemical Engineering Monographs Vol.2), Elsevier(1975)
- [10] Ladislav Svarovsky; Solid-Liquid Separation (3rd Ed.), Butterworth-Heinemann(1990), Chapter14
- [11] Wallace Woon-Fong Leung; Industrial Centrifugation Technology, McGraw-Hill(1998)
- [12] 世界濾過工学会日本会(編); 濾過工学ハンドブック, 丸善(2009), 4 章
- [13] 日本液体清澄化技術工業会編; ユーザーのための実用固液分離技術, 分離技術会(2010), 3.3 章

令和 5(2023)年 2 月 8 日作成

令和 6(2024)年 12 月 10 日改訂

令和 8(2026)年 4 月 14 日改訂