学位プログラム	プログラム							
受験番号	解	答	例					

合計点	

チェック欄

※この試験科目を解答する場合

チェック欄に✔をつけてください。

令和８年度

新潟大学工学部第３年次編入学（第２次募集）

学　力　試　験

試 験 科 目	専門基礎科目（　数学　）	全４頁（表紙を除く）

注意事項

1．表紙の所定欄に志望する学位プログラム名，受験番号を記入してください。

2．解答はその問題と同一の試験用紙に記入してください。解答スペースが足りない場合は，「(裏面に続く)」と明記したうえで，その用紙の裏に続けて解答してください。また，選択しなかった科目は，表紙にのみ受験番号を記入してください。

3．試験用紙の所定欄に受験番号を必ず記入してください。

4．各プログラムで解答する科目は以下の表の通りです。科目の選択があるプログラムは表をよく確認の上，科目の過不足がないように注意してください。

5．選択した答案には表紙の左上のチェック欄に✔を付けてください。✔がない答案は採点されません。

6．本冊子のホチキス止めは外さないでください。

学位プログラム	学力試験科目（専門基礎科目）
社会基盤工学プログラム	「数学，物理」の２科目
知能情報システムプログラム	「数学，プログラミング」の２科目
化学システム工学プログラム（化学工学コース）	「化学（〔Ⅱ〕無機化学，〔Ⅲ〕物理化学，〔Ⅳ〕化学工学）」
材料科学プログラム	「化学（〔Ⅰ〕有機化学，〔Ⅱ〕無機化学，〔Ⅲ〕物理化学）」 もしくは「数学，物理」の２科目
建築学プログラム	「数学，物理」の２科目

受験番号	解	答	例					

令和８年度

新潟大学工学部第３年次編入学（第２次募集）

学　　力　　試　　験

試験科目	専門基礎科目（　数学　）	１／４頁

〔Ｉ〕以下の問に答えよ。

行列

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

で定める。

（１）行列Aに対して，$A^{\mathrm{T}}A$を計算せよ。つぎに，$\mathbb{R}^2$が二次元実ベクトル空間であるとき，任意の$\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^2$に対して$\|A\boldsymbol{x}\| = 2\|\boldsymbol{x}\|$を示せ。

（２）A^2，A^3，A^4を求めよ。また，$k = 1$，2，3，…とし，A^{2k-1}，A^{2k}がどのように示されるか答えよ。

（３）単位行列$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$とすると$I - A$が逆行列をもつことを確認し，次式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=0}^{3} A^k = (I - A)^{-1}(I - A^4)$$

（１）$A^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$，$A^{\mathrm{T}}A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = 4\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\|A\boldsymbol{x}\|^2 = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}}A\boldsymbol{x} = 4\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} = 4\|\boldsymbol{x}\|^2$

したがって　$\|A\boldsymbol{x}\| = 2\|\boldsymbol{x}\|$

（２）$A^2 = \left(2\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right)^2 = 4\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^2 = -4\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，$A^3 = \left(2\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right)^3 = 8\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^3 = -8\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$，$A^4 = 16\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A^{2k-1} = 2^{2k-1}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{2k-1} = 2^{2k-1}(-1)^{k-1}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$，$A^{2k} = 2^{2k}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{2k} = 2^{2k}(-1)^k\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

（３）$I - A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$，$\det(I - A) = 1 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) = 5 \neq 0$より逆行列をもつことが確認できる。

(左辺) $= \displaystyle\sum_{k=0}^{3} A^k = A^0 + A^1 + A^2 + A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$

(右辺) $= (I - A)^{-1}(I - A^4) = (I - A)^{-1}(I - 16I) = -15 \cdot \dfrac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$

(別解)　$A^0 + A^1 + A^2 + A^3 = X$とする。両辺に$(I - A)$を掛け，$(I - A)X = (I - A^4)$が成り立つことを示す。

(左辺) $= (I - A)(A^0 + A^1 + A^2 + A^3) = (I - A^4) =$ (右辺)

左辺と右辺が等しいことから式が成り立つことが示された。

受験番号	解	答	例					

令和８年度

新潟大学工学部第３年次編入学（第２次募集）

学　力　試　験

試 験 科 目	専門基礎科目（　数学　）	2／4頁

〔II〕行列 $A=\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\0&0&1\end{bmatrix}$ を対角化せよ。

A の特性方程式は，I を単位行列とすると

$|A-\lambda I|=\lambda^3-5\lambda^2+7\lambda-3=(\lambda-1)^2(\lambda-3)=0$　　よって固有値は1,3

固有値 1 に対する固有ベクトル $\boldsymbol{v}$，すなわち $(A-I)\boldsymbol{v}=0$ を解く。係数行列は行に関する基本変形により

$A-I=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\0&0&0\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$　となり　$v_1+v_2+v_3=0$　を得る（$v_i, i=1,2,3$ はベクトル $\boldsymbol{v}$ の要素)。したがって，

$v_2=p, v_3=q$ として媒介変数 p,q を用いると固有ベクトルは，

$\boldsymbol{v}=p\begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix}+q\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}$ と表現でき，$\boldsymbol{v}_1=\begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix}$　および $\boldsymbol{v}_2=\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}$ を取る。

次に $\lambda=3$ に対して，方程式 $(A-3I)\boldsymbol{v}=\begin{bmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\\0&0&-2\end{bmatrix}\boldsymbol{v}=0$ を解く。係数行列は行に関する基本変形によって

$\begin{bmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\\0&0&-2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}-1&1&1\\0&0&2\\0&0&-2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}-1&1&1\\0&0&2\\0&0&0\end{bmatrix}$ となり，$-v_1+v_2+v_3=0,\ 2v_3=0$，すなわち $v_1=v_2,\ v_3=0$ を得る。これより，

固有ベクトルとして，$\boldsymbol{v}_3=\begin{bmatrix}1&1&0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ を取る。

上記の固有ベクトルを用いて，相似変換行列 $T=\begin{bmatrix}\boldsymbol{v}_1&\boldsymbol{v}_2&\boldsymbol{v}_3\end{bmatrix}$ を得て，行列 A は以下のように対角化される。

$$T^{-1}AT=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1&1&-1\\0&0&2\\1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1&1\\1&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&3\end{bmatrix}$$

受験番号	解	答	例								

令和８年度

新潟大学工学部第３年次編入学（第２次募集）

学　　　力　　　試　　　験

試　験　科　目	専門基礎科目（　　数学　　）	３／４頁

〔Ⅲ〕$I(a) = \int_0^\infty e^{-ax} \sin x \; dx \; (a > 0)$とするとき，$J = \int_1^\infty I(a) \, da$を求めよ。

部分積分を用いて

$$I(a) = \lim_{X\to\infty} [e^{-ax}(-\cos x)]_0^X - a \int_0^\infty e^{-ax} \cos x \; dx$$

$$= \lim_{X\to\infty} e^{-aX}(-\cos X) - (-1) - a\left(\lim_{X\to\infty} e^{-aX} \sin X - 0 + a \int_0^\infty e^{-ax} \sin x \; dx\right)$$

ここで，$a > 0$より

$$\lim_{X\to\infty} e^{-aX}(-\cos X) = \lim_{X\to\infty} \frac{-\cos X}{e^{aX}} = 0, \qquad \lim_{X\to\infty} e^{-aX} \sin X = \lim_{X\to\infty} \frac{\sin X}{e^{aX}} = 0$$

であるから

$$I(a) = 1 - a^2 I(a)$$

よって

$$I(a) = \frac{1}{1 + a^2}$$

それゆえ

$$J = \int_1^\infty \frac{1}{1 + a^2} da = \lim_{X\to\infty} \tan^{-1} X - \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

受験番号	解	答	例					

令和８年度

新潟大学工学部第３年次編入学（第２次募集）

学　　力　　試　　験

試　験　科　目	専門基礎科目（　　数学　　）	４／４頁

〔IV〕以下の問に答えよ。

（１）次の関数の導関数を求めよ。

$$\tan^{-1}\frac{1}{x}$$

$$\left(\tan^{-1}\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}\times\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}\times\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{1+x^2}$$

（２）次の微分方程式を解け。　ただし，$y' = \dfrac{dy}{dx}$ とする。

①$y\sqrt{1+x^2}\,y' = -x\sqrt{1+y^2}$

$$\frac{y}{\sqrt{1+y^2}}\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

両辺を x で積分すると，$\displaystyle\int\frac{y}{\sqrt{1+y^2}}dy = \int\left(-\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)dx$　よって，$\sqrt{1+y^2} = -\sqrt{1+x^2}+C$　　C は任意定数

②$\left(x^2-y^2\right)y' = 2xy$　　なお，$x^2-y^2 \neq 0$ である。

$y' = \dfrac{2xy}{x^2-y^2} = \dfrac{2\cdot\frac{y}{x}}{1-\left(\frac{y}{x}\right)^2}$　　$z = \dfrac{y}{x}$ とおくと，$y = xz$ なので，$\dfrac{dy}{dx} = z + x\dfrac{dz}{dx}$

$x\dfrac{dz}{dx} = \dfrac{dy}{dx} - z = \dfrac{2z}{1-z^2} - z = \dfrac{z+z^3}{1-z^2}$　　変形して，$\dfrac{1-z^2}{z+z^3}\dfrac{dz}{dx} = \dfrac{1}{x}$

両辺を x で積分すると，$\displaystyle\int\frac{1-z^2}{z+z^3}dz = \int\frac{1}{x}dx$　　変形して，$\displaystyle\int\left(\frac{1}{z}-\frac{2z}{1+z^2}\right)dz = \int\frac{1}{x}dx$　よって，$\log|z| - \log\left(1+z^2\right) = \log|x| + C$

$\log\dfrac{|z|}{1+z^2} = \log e^C|x|$　より，　$\dfrac{z}{1+z^2} = A\cdot x$　　ここで $z = \dfrac{y}{x}$ なので，$\dfrac{\frac{y}{x}}{1+\left(\frac{y}{x}\right)^2} = A\cdot x$　整理して，$\dfrac{xy}{x^2+y^2} = A\cdot x$

よって，$y = A\left(x^2+y^2\right)$　　A は 0 でない定数。