# 基礎数理 B 第 1 回目

永幡幸生
新潟大学工学部

10 月 2 日

# はじめに

## 授業に関して

毎回、資料をホームページ上
http://www.eng.niigata-u.ac.jp/~nagahata/lecture-2020-b.html
に挙げていきます。
教科書
理工系の基礎線形代数学　硲野 敏博　加藤 芳文　共著
学術図書出版 ISBN 978-4-87361-170-9
をよく読みながら、資料を読んで、「問題」に解答してください。
また同時に該当する時間（火金 1 限）には zoom による授業を行います。
zoom の案内なども含めて、学務情報システムの「連絡通知」を通して行いますので、他の授業も込めて、よく確認するようにしてください。

# はじめに

## 成績に関して

通常は試験を行いその結果を基に成績を付けますが、コロナの関係で、試験を行うことが不可能であることを前提にします。
本年度の特別措置として、毎回、資料にある「問題」をレポートとして提出してください。このレポートの結果で成績を付けます。
レポートの締め切りは基本的に授業の1週間後までとしますが、何らかの理由で遅れる場合は、その理由と一緒にレポートを提出してください。

# はじめに

## レポートに関して

レポートはメールで
nagahata@eng.niigata-u.ac.jp
まで送ってください。
レポートには数式などが入ることが多くなります。こちらとして想定している提出方法は次の 2 通りです。
(1) 手書きでレポートを作成して、スキャンもしくは写真を撮って提出する。基本的に pdf ファイルで提出してください。
(2) tex などのワープロソフトでレポートを作成、提出する。この場合は必ず pdf ファイルに変換してから送ってください。
手書きで写真の場合、作った本人は認識できても、こちらからは認識できない可能性もあります。そのため、手書きのレポートは捨てずに取っておいてください。必要であれば、それらを最後にまとめて郵送してもらうことも検討します。

# はじめに

## レポートに関して

◦ どの回のレポートかを表現するのには、回数、授業日、締め切り日などいくつかありますが、皆さんがバラバラに使うとこちらが混乱しますので、基本的にスライドの 1 枚目（各ページの右下にも同じ数が出ます）に書いてある第 $n$ 回目を使用してください。

◦ 第 1 タームに他の授業で行った結果を見ると、手書きで書いたレポートをスキャンして送ってくれるのが一番見やすいです。
特に（プリンターの複合機なども含めて）スキャナーがある場合は、それを使うのが一番見やすいです。

◦ ワープロなどは慣れていないと数式を書くのは大変です。読みやすいと思ってワープロを使ったつもりが逆に読みづらいものになっていることが多くあります。

◦ 各プログラムで、pdf に変換する方法などが送られていますが、その方法を使っても その他の方法を使っても構いません。
最悪の場合、画像ファイルのまま送ってくれても構いません。

# はじめに

## その他

授業中 (zoom 中) に通信状況が悪くなって、よく聞こえなくなり、分からなくなることもあるかもしれません。基本的には、教科書と、資料をよく読めば分かるように準備していますが、それでも分からない場合は、レポート提出と同じメールアドレス宛に、質問を送ってください。
レポート、質問などが同じアドレスに大量に来ますので、質問であることが良く分かるように、メールの「件名」を工夫してください。
質問は、メールの本文に書けるならばそれで構いませんが、数式が必要であれば、レポートと同様にワープロソフトや、写真などをうまく使ってください。
どこが分からないかをよく考えて、送ってくれないと、こちらとしては回答できないこともあります。

# はじめに

## その他

基礎数理 AI までは高校までの数学（特に数 3）の延長で、何とかなる部分もありますが、基礎数理 B は完全に新しい分野です。教科書や資料を読んでいると、簡単そうですぐにできそうな感じがしますが、実際に問題を解かないと、何も手が出ません。通常の年であれば、試験勉強として手を動かすので、それなりに何とかなりますが、本年度のレポートだけでは量が少なすぎます。教科書の例題、問題、練習問題などを解くことを勧めます。実際に自分で手を動かすことが一番重要です。

## その他

資料と同じページに「行列の例」(gyouretu.pdf) があります。授業、問題に $A_1, A_2$ など書かれていた場合、このプリント中の $A_1, A_2$ を参照してください。

# 行列

線形代数学は元々連立１次方程式を上手に取り扱うために始まり、その方法論として行列を取り扱うことを考える。線形代数学としては、ここからさらに発展するが、この授業として取り扱う行列に関して言えば、元々はじめのうちは行列自体は存在せず、連立１次方程式を取り扱っていたが、行列を使うことによりかなり分かりやすくなった。一方でこの行列や、その性質は他の分野への応用が多く、日本においては、理工系の初年度で必修の分野となっている。
この授業では行列の計算方法を中心に扱う。

# 行列

連立 1 次方程式 ($a$〜$f$ は既知の定数、$x, y, z$ が未知数)

$$\begin{cases} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y &= 1 \\ x + y + z &= 2 \\ 2x + 3y + 3z &= 4 \\ x + y + z &= 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z &= 1 \\ x + y &= 2 \end{cases}$$

などが挙げられるが、毎回方程式を書くのは大変なので、係数だけを取り出して書けば十分では？

その結果として、行列ができ、これらの方程式に対応して

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

と書くことにする。

# 行列

## 定義　型

$$A = \left.\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{n\text{ 個}}\right\} \quad m\text{ 個}$$

を $(m, n)$ 行列、 $m \times n$ 行列、 $m$ 行 $n$ 列の行列などと呼ぶ。

例えば

$A_1 = (3, 6)$ は $(1, 2)$ 行列、

$$A_{71} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 2 & 1 \\ 8 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$ は $(3, 4)$ 行列。

# 行列

## 問題

$A_{10}, A_{14}, A_{22}, A_{30}, A_{41}, A_{62}, A_{75}$ の型を求めよ。

# 行列

**定義　行**

$$A = \left(\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & \vdots & \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ & & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{array}\right) \begin{array}{l} \text{第 } 1 \text{ 行} \\ \text{第 } 2 \text{ 行} \\ \\ \text{第 } i \text{ 行} \\ \\ \text{第 } m \text{ 行} \end{array}$$

と呼ぶ

# 行列

## 定義　列

$$A = \begin{array}{c} \left(\begin{array}{cccccc} \boxed{\begin{matrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{matrix}} & \cdots & \boxed{\begin{matrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{matrix}} & \cdots & \boxed{\begin{matrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{matrix}} \end{array}\right) \\ \begin{array}{cccccc} \text{第 } 1 \text{ 列} & \text{第 } 2 \text{ 列} & & \text{第 } j \text{ 列} & & \text{第 } n \text{ 列} \end{array} \end{array}$$

と呼ぶ

# 行列

例えば

$A_1 = (3, 6)$ の第 1 行は、(3 6), 第 2 列は (6)

$A_{71} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 2 & 1 \\ 8 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ の第 1 行は (4 8 0 0), 第 2 列は $\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

第 4 行はない。

## 問題

$A_{10}, A_{14}, A_{22}, A_{30}, A_{41}, A_{62}, A_{75}$ の第 2 行, 第 3 列を求めよ。

# 行列

## 定義　成分

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{a_{11}} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & \boxed{a_{ij}} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & \boxed{a_{mn}} \end{pmatrix}$$

$(1,1)$ 成分

$(i,j)$ 成分

$(m,n)$ 成分

と呼ぶ。

# 行列

例えば

$A_1 = (3, 6)$ の $(1, 1)$ 成分は 3, $(2, 1)$ 成分はない。

$A_{71} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 2 & 1 \\ 8 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ の $(2, 3)$ 成分は 2, $(3, 1)$ 成分は 8。

## 問題

$A_{10}, A_{14}, A_{22}, A_{30}, A_{41}, A_{62}, A_{75}$ の $(1, 2), (2, 1), (3, 3)$ 成分を求めよ。

# 行列

## 定義　書き方

$A = (a_{ij})$ と書くこともある。

## 定義

$A = (a_{ij}) = B = (B_{ij})$
$\Leftrightarrow A, B$ の型が等しく、さらに全ての成分が等しいとき。

# 行列

## 定義　行ベクトル

$(1, n)$ 行列を $n$ 項行ベクトル、行ベクトル、(横ベクトル) と呼ぶ。
$A = (a_{11} \ a_{12} \ \cdots \ a_{1n})$

## 定義　列ベクトル

$(m, 1)$ 行列を $m$ 項列ベクトル、列ベクトル、(縦ベクトル) と呼ぶ。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$$

## 注意

ベクトルは小文字の太文字 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{x}, \mathbf{y}$ 等が使われる。

# 行列

## 注意

高校までは、ベクトルといえば行ベクトルであったが、大学からは何も言わなければ列ベクトルになる。

高校で行ベクトルを使うのは多くの場合スペースの問題。
大学以降で列ベクトルを使うのは行列の掛け算との相性が良いから。
大学以降でスペースを気にする場合は行列の転置 ${}^tA$ を上手く使う。

# 行列

例えば

$A_1 = (3\ 6),\ A_{24} = (3\ 4\ 3), A_{51} = (2\ 7\ 0\ 4)$ は行ベクトル。

$A_7 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, A_{29} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}, A_{55} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix},$ は列ベクトル。

# 行列

## 問題

$(3,2)$ 型、$(3,4)$ 型行列を 1 つずつ選び、
その 1 行、3 列、$(2,1)$ 成分、$(1,3)$ 成分を求めよ。