

応用数理 E 第 1 回目

永幡幸生
新潟大学工学部

4 月 20 日

はじめに

受験の知識を使えば組み合わせの考え方を使うことで、実際に1024通りのうち○の個数に関してどのような数になっているのか簡単に計算できます。表を作ってみると

○の数	0	1	2	3	4	5
総数	1	10	45	120	210	252

○の数	6	7	8	9	10	計
総数	210	120	45	10	1	1024

はじめに

並んだ個数の最大数は上のような簡単な数え方はありませんが、
例えば 10 個程度であれば

- (i) プログラムを書いて数え上げる。
- (ii) 次のような数え方でもなんとかなる。

はじめに

まず 10 を次のように分割します。

$$\begin{aligned} 10 &= 10 \\ &= 9 + 1 \\ &= 8 + 2 = 8 + 1 + 1 \\ &= 7 + 3 = 7 + 2 + 1 = 7 + 1 + 1 + 1 \\ &\vdots \\ &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \end{aligned}$$

分割は足して 10 になるのは当然として、

- (i) 各足し算は左ほど数が大きい
- (ii) 各行で最大の数は同じ

はじめに

この各々を並べ替えます。例えば

$$8 + 1 + 1 = 1 + 8 + 1 = 1 + 1 + 8 \text{ の } 3 \text{ 通りあり}$$

$$7 + 2 + 1 = 7 + 1 + 2 = 2 + 7 + 1$$

$$= 2 + 1 + 7 = 1 + 7 + 2 = 1 + 2 + 7 \text{ の } 6 \text{ 通りある}$$

この並べ替えまで込めたものに対して○×が並んだ数を順に並べたものとしします。例えば $1 + 8 + 1$ に対して順に○が1個×が8個○が1個と、順に×が1個○が8個×が1個と並んだ2つを対応させます。最初に出た○×で対応しているので、これですべてを列挙したことに対応し、最大数もすぐに分かる並べ方になっています。

はじめに

結果の表を作ってみると

最大数	1	2	3	4	5	
総数	2	176	370	254	126	
最大数	6	7	8	9	10	計
総数	56	24	10	4	2	1024

となります。

はじめに

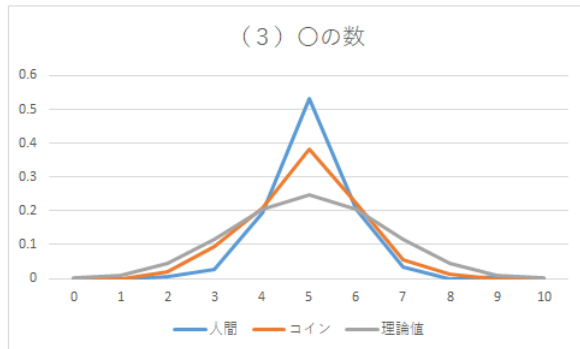
実際に皆さんの結果を見てみましょう。

○の数	0	1	2	3	4	5
人間	0	0	1	6	41	112
コイン	0	0	4	20	44	81
理論値	1	10	45	120	210	252

○の数	6	7	8	9	10	計
人間	43	7	0	1	0	211
コイン	47	12	3	0	0	211
総数	210	120	45	10	1	1024

総数が違うので総数で割ったものを考えてグラフにすると

はじめに

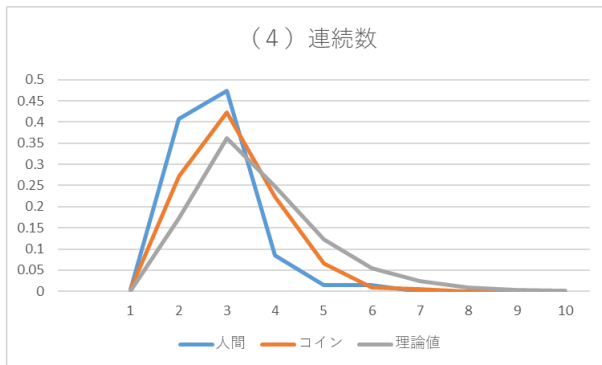


はじめに

最大数	1	2	3	4	5	
人間	1	86	100	18	3	
コイン	1	57	89	47	14	
総数	2	176	370	254	126	

最大数	6	7	8	9	10	計
人間	3	0	0	0	0	211
コイン	2	1	0	0	0	211
総数	56	24	10	4	2	1024

同様に総数で割ったものを考えてグラフにすると



はじめに

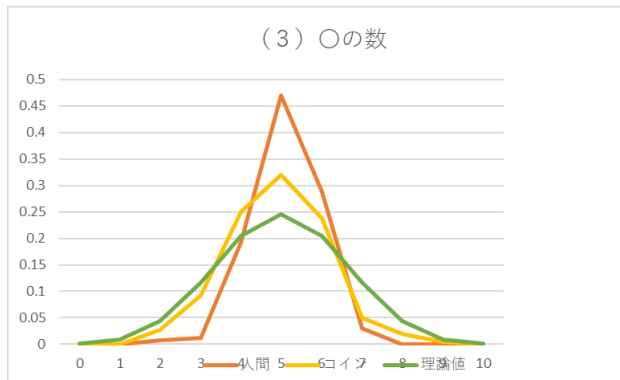
第1タームに行った別のクラスでの結果も見てみると

○の数	0	1	2	3	4	5
人間	0	0	2	3	50	122
コイン	0	0	7	24	65	83
理論値	1	10	45	120	210	252

○の数	6	7	8	9	10	計
人間	75	8	0	0	0	260
コイン	62	13	5	1	0	260
総数	210	120	45	10	1	1024

同様に総数で割ったものを考えてグラフにすると

はじめに

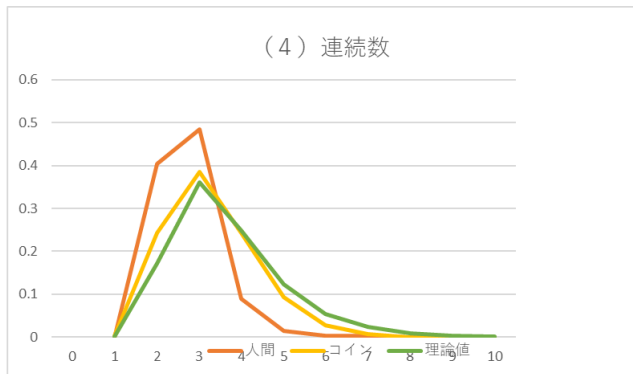


はじめに

最大数	1	2	3	4	5	
人間	0	105	126	23	4	
コイン	1	63	100	63	24	
総数	2	176	370	254	126	

最大数	6	7	8	9	10	計
人間	1	1	0	0	0	260
コイン	7	2	0	0	0	260
総数	56	24	10	4	2	1024

同様に総数で割ったものを考えてグラフにすると



はじめに

○×の差が 6 個以上になるのは 102 通りで、○または×が 6 個以上並ぶ並べ方は 96 通りあり、どちらの場合もおよそ 1 割になります。独立ではないので同時に考えることはしませんが、どちらか一方の場合だけを考えても、2 列程度では出てこなくてもおかしくないかもしれませんが、10 列作った時に 1 列くらいは出てきてもおかしくないのです。こんな列を選ぶのはなかなか勇気がいるものです。

さらにこれらがどこに行ったかはグラフを見れば明らかで、○×の差では中央である 5 に集中して、連続して並ぶ最大数の場合は逆にほとんど並ばない 2 に集中しています。

たぶん皆さん、（正確な記述はともかくとして）大数の法則などの、こうなっているべきだという知識が先にあり、それを（意識したかどうか分かりませんが）結果として出しているようです。