

応用数理 E 期末レポート

このレポートを作成するにあたり、以下の項目に関して正確に答えよ。

なお**1つの項目でも回答しない場合および虚偽記載があった場合は0点**になる。

また虚偽記載が疑われる場合も0点として成績を出すが、面談により適正な点数に訂正する。

項目 1

このレポートを作成するにあたり参照した教科書、ノート、参考書等を全て記載せよ。

教科書、自身のノートに関しては詳細を省略してかまわないが、他の教科書などは、詳細な情報を、他の人のノートを見せてもらった場合は、その氏名、学籍番号も記載するように

項目 2

(項目1と区別せずにも書いても構わないが) このレポートを作成するにあたり参照したコンピュータ、インターネットに関して全て記載せよ。

ソフトウェア名や、URL など詳細な情報を入れるように。

また生成系 AI を使用した場合は、どのように使用したかを記載するように。

項目 3

このレポートを作成するにあたり (一部でも) レポートを見せてもらった人がいる場合はその全ての人の氏名、学籍番号を記載せよ。先輩などでも同様に記載するように。

項目 4

このレポートを作成するにあたり相談するなど協力して解答した問題がある場合はその問題と相談した人すべての氏名、学籍番号を記載せよ。またどのような相談をしたのか (例えば、**に関して教えてもらった、**の書かれている教科書のページを教えてもらった、**の計算に関して**したなど) 具体的に記載せよ。先輩などでも同様に記載するように。

項目 5

このレポートを他の人に見せた場合それらの人すべての氏名、学籍番号を記載せよ。

問1 X, Y は 1 から 5 をとる確率変数とするが、独立ではなく、次を満たしている。
 Z を標準正規分布として

$$P(X = 1) = P(Z < -0.36), \quad P(X = 2) = P(-0.36 < Z \leq -0.07), \quad P(X = 3) = P(-0.07 < Z \leq 0.24), \\ P(X = 4) = P(0.24 < Z \leq 0.86), \quad P(X = 5) = P(Z > 0.86)$$

その同時確率分布の一部は以下のように与えられるものとする。

		Y					計
		1	2	3	4	5	
X	1	0.01	0.01	0.02	0.02		
	2	0.01	0.02	0.03	0.04		
	3	0.01	0.02	0.04	0.05		
	4	0.01	0.03	0.04	0.08		
	5	0.02	0.03	0.05	0.09		
	計	0.06	0.11	0.18	0.29		

この時以下の問いに答えよ。

- (1) 条件を満たすように同時確率分布 (表) を完成させよ。
- (2) このとき期待値, 分散, 共分散, すなわち $E[X], E[Y], V[X], V[Y], \text{Cov}(X, Y)$ を求めよ。

問2 連続型確率変数 X の確率密度関数を

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

とする。

- (1) X の期待値, 分散, すなわち $E[X], V[X]$ を求めよ。
- (2) (1) で求めた期待値分散を用いて $m = E[X], \sigma = \sqrt{V[X]}$ とするとき以下を求めよ

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$$

問3 あるネットワークゲームは A, B, C の 3 つのサーバーがあり、ゲームに参加するときにランダムに A 20%, B 35%, C 45% に割り振られる。ゲームに参加した報酬としてアイテムを 1 つもらうが、良いアイテムと普通のアイテムがあり、それぞれのサーバーごとに A 5%, B 3%, C 1% で良いアイテムをもらえる。

(1) N 君がこのゲームに参加した時良いアイテムをもらった。この時の N 君が A のサーバーに割り振られた確率を求めよ。

(2) サーバー毎にゲームの運営者がいるが、C のサーバーの運営者が間違っって良いアイテムをもらえる確率を C 2% としてしまった。

このとき N 君がこのゲームに参加した時良いアイテムをもらった時に N 君が A のサーバーに割り振られた確率を (1) で与えた確率と同じにするためには A のサーバーの運営者は良いアイテムが出る確率を何%にする必要があるか与えよ。ただし B のサーバーの運営者は良いアイテムをもらえる確率を変えないものとする。

問4

(1) あるゲームは1対1で対戦するタイプとし、このゲームで大会を行う。この大会は16人が出場して1回戦はランダムに2人ずつのペアを作り対戦し、勝者が2回戦に進むものとする。

この大会にAチームから2人が出場した時に、1回戦でこの2人が対戦しない確率を求めよ。

(2) この問題を一般化して、このゲームの大会を行うが、出場者は $2n$ 人、1回戦はランダムに2人ずつのペアを作り対戦し、勝者が2回戦に進むものとする。

この大会でAチームから k 人 ($2 \leq k \leq n$ とする) 出場した時に1回戦ではAチームのメンバー同士の対戦が1戦も起こらない確率を求めよ。

(3) N先生は n と k の比を一定にした場合(2)で求めた確率はその比 k/n で与えられる数 C ($0 < C < 1$)を使って k が十分大きいときに $\text{Const} \times C^k$ で近似できると主張している。これに関してあなたの意見を理由をつけて述べよ。

問5 N先生は実験のため正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う乱数を発生させデータを取ったが、 μ, σ^2 を書いておいたメモをなくしてしまった。この μ, σ^2 をデータから再現したいがどのような考え方で再現すればよいかを与え、実際に再現せよ。

なおデータに関しては2025-0.csvから2025-9.csvが準備されているが、学籍番号の最後の数字にあわせて使用するよう。