

応用数理 E 第 1 回目

永幡幸生
新潟大学工学部

2023 前期

はじめに

受験の知識を使えば組み合わせの考え方を使うことで、実際に1024通りのうち○の個数に関してどのような数になっているのか簡単に計算できます。表を作ってみると

○の数	0	1	2	3	4	5
総数	1	10	45	120	210	252
○の数	6	7	8	9	10	計
総数	210	120	45	10	1	1024

はじめに

並んだ個数の最大数は上のような簡単な数え方はありませんが、
例えば 10 個程度であれば

- (i) プログラムを書いて数え上げる。
- (ii) 次のような数え方でもなんとかなる。

はじめに

まず 10 を次のように分割します。

$$\begin{aligned} 10 &= 10 \\ &= 9 + 1 \\ &= 8 + 2 = 8 + 1 + 1 \\ &= 7 + 3 = 7 + 2 + 1 = 7 + 1 + 1 + 1 \\ &\vdots \\ &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \end{aligned}$$

分割は足して 10 になるのは当然として、

- (i) 各足し算は左ほど数が大きい
- (ii) 各行で最大の数と同じ

はじめに

この各々を並べ替えます。例えば

$$8 + 1 + 1 = 1 + 8 + 1 = 1 + 1 + 8 \text{ の } 3 \text{ 通りあり}$$

$$7 + 2 + 1 = 7 + 1 + 2 = 2 + 7 + 1$$

$$= 2 + 1 + 7 = 1 + 7 + 2 = 1 + 2 + 7 \text{ の } 6 \text{ 通りある}$$

この並べ替えまで込めたものに対して○×が並んだ数を順に並べたものとしします。例えば $1 + 8 + 1$ に対して順に○が1個×が8個○が1個と、順に×が1個○が8個×が1個と並んだ2つを対応させます。最初に出た○×で対応しているので、これですべてを列挙したことに対応し、最大数もすぐに分かる並べ方になっています。

はじめに

結果の表を作ってみると

最大数	1	2	3	4	5	
総数	2	176	370	254	126	
最大数	6	7	8	9	10	計
総数	56	24	10	4	2	1024

となります。

はじめに

実際に皆さんの結果を見てみましょう。

○の数	0	1	2	3	4	5
人間 (第1ターム)	0	1	0	5	28	169
人間 (第2ターム)	0	0	0	6	44	75
コイン (第1ターム)	0	2	6	24	53	73
コイン (第2ターム)	0	1	5	22	32	40
理論値	1	10	45	120	210	252

○の数	6	7	8	9	10	計
人間 (第1ターム)	50	10	2	1	0	266
人間 (第2ターム)	35	6	2	0	0	168
コイン (第1ターム)	67	38	3	0	0	266
コイン (第2ターム)	38	21	6	0	1	168
総数	210	120	45	10	1	1024

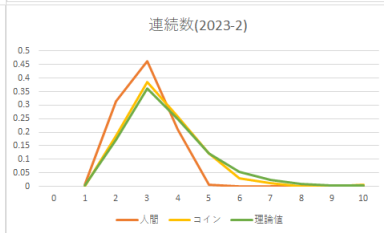
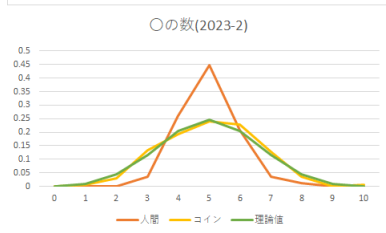
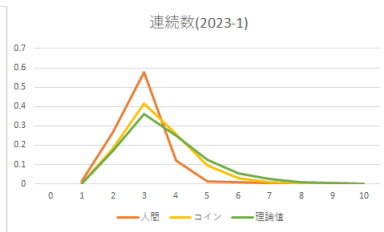
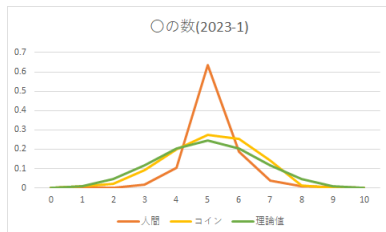
はじめに

最大数	1	2	3	4	5	
人間 (第 1 ターム)	3	71	153	32	3	
人間 (第 2 ターム)	1	52	77	35	1	
コイン (第 1 ターム)	0	49	110	69	26	
コイン (第 2 ターム)	0	31	64	43	20	
総数	2	176	370	254	126	

最大数	6	7	8	9	10	計
人間 (第 1 ターム)	2	1	1	0	0	266
人間 (第 2 ターム)	0	0	0	0	0	168
コイン (第 1 ターム)	8	2	1	1	0	266
コイン (第 2 ターム)	5	2	0	0	1	168
総数	56	24	10	4	2	1024

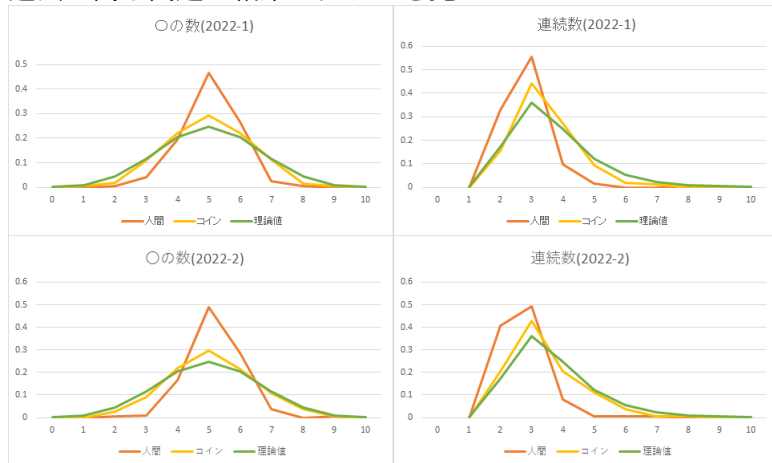
総数で割ったものを考えてグラフにすると

はじめに

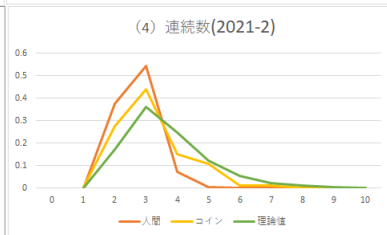
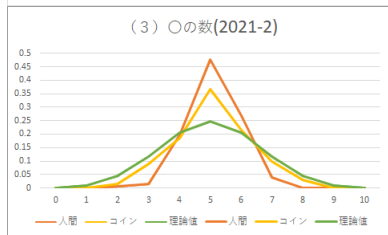
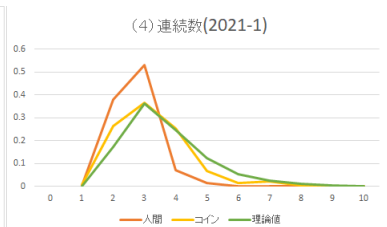
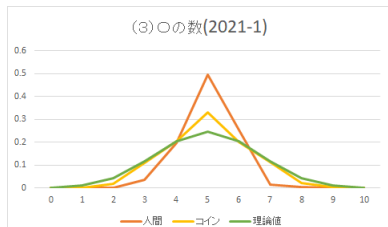


はじめに

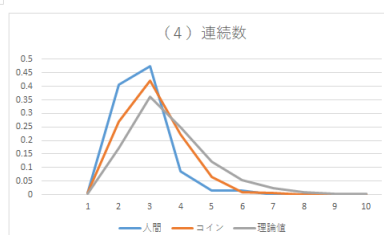
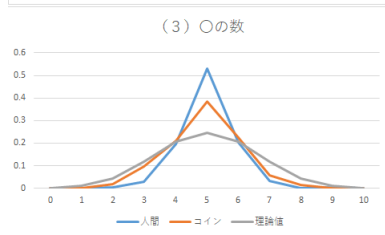
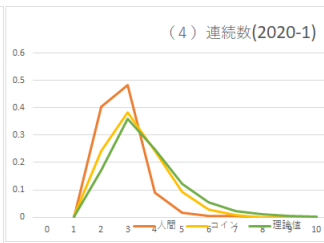
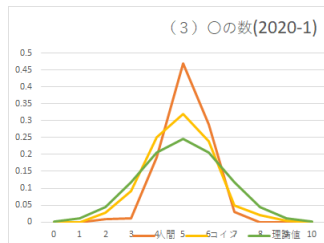
過去の同じ問題の結果のグラフを見ると



はじめに



はじめに



と似たようなグラフになっています。

はじめに

○×の差が6個以上になるのは102通りで、○または×が6個以上並ぶ並べ方は96通りあり、どちらの場合もおよそ1割になります。独立ではないので同時に考えることはしませんが、どちらか一方の場合だけを考えても、2列程度では出てこなくてもおかしくないかもしれませんが、10列作った時に1列くらいは出てきてもおかしくないのです。こんな列を選ぶのはなかなか勇気がいるものです。

さらにこれらがどこに行ったかはグラフを見れば明らかで、○×の差では中央である5に集中して、連続して並ぶ最大数の場合は逆にほとんど並ばない2に集中しています。

たぶん皆さん、(正確な記述はともかくとして)大数の法則などの、こうなっているべきだという知識が先にあり、それを(意識したかどうか分かりませんが)結果として出しているようです。