応用数理 E 第 1 回目

永幡幸生
新潟大学工学部

4 月 8 日

はじめに

授業に関して

毎回、資料をホームページ上
http://www.eng.niigata-u.ac.jp/~nagahata/lecture/2021/lecture-2021-e.html
に挙げていきます。
教科書
概説　確率統計　前園宜彦著　サイエンス社
ISBN 978-4-7819-1234-9
をよく読みながら、資料を読んで、「問題」に解答してください。
また同時に該当する時間（月木 2 限）には zoom による授業を行います。
zoom の案内なども含めて、学務情報システムの「連絡通知」を通して行いますので、他の授業も込めて、よく確認するようにしてください。

はじめに

成績に関して

可能であれば、試験を行いその結果を基に成績を付ける予定でしたが、コロナの関係で、試験を行うことはほぼ不可能です。
シラバスにあるようにレポートで成績を付けます。
このレポートは 2 種類あります。
まず、最終回までに「期末レポート」を出題します。
これに加えて毎回、資料にある「問題」をレポートとして提出してください。
「期末レポート」の締め切りは出題日にお知らせします。
毎回のレポートの締め切りは基本的に授業の 1 週間後までとします。
なお病気などの特別な事情で締め切りに間に合わない場合は、メールで問い合わせをしてください。事情に応じて締め切り日等を変更します。

はじめに

レポートに関して

レポートは学務情報システムを使って提出してください。
レポートには数式などが入ることが多くなります。こちらとして想定している提出方法は次の 2 通りです。
(1) 手書きでレポートを作成して、スキャンもしくは写真を撮って提出する。基本的に pdf ファイルで提出してください。
(2) tex などのワープロソフトでレポートを作成、提出する。この場合は必ず pdf ファイルに変換してから送ってください。
手書きで写真の場合、作った本人は認識できても、こちらからは認識できない可能性もあります。そのため、手書きのレポートは捨てずに取っておいてください。必要であれば、それらを最後にまとめて郵送してもらうことも検討します。

はじめに

レポートに関して

◦ どの回のレポートかを表現するのには、回数、授業日、締め切り日などいくつかありますが、皆さんがバラバラに使うとこちらが混乱しますので、基本的にスライドの 1 枚目（各ページの右下にも同じ数が出ます）に書いてある第 n 回目を使用してください。
◦ 昨年度の結果を結果を見ると、手書きで書いたレポートをスキャンして送ってくれるのが一番見やすいです。
特に（プリンターの複合機なども含めて）スキャナーがある場合は、それを使うのが一番見やすいです。
◦ ワープロなどは慣れていないと数式を書くのは大変です。読みやすいと思ってワープロを使ったつもりが逆に読みづらいものになっていることが多くあります。
◦ 各プログラムで、pdf に変換する方法などが送られていますが、その方法を使っても その他の方法を使っても構いません。

はじめに

その他

授業中 (zoom 中) に通信状況が悪くなって、よく聞こえなくなり、分からなくなることもあるかもしれません。基本的には、教科書と、資料をよく読めば分かるように準備していますが、それでも分からない場合は、

nagahata@eng.niigata-u.ac.jp

宛に、質問を送ってください。

質問は、メールの本文に書けるならばそれで構いませんが、数式が必要であれば、レポートと同様にワープロソフトや、写真などをうまく使ってください。

こちらの操作ミスを避けるため、質問でファイルを送る場合は必ず添付ファイルにしてください。(外部のクラウドサービス等を使わないでください。)

どこが分からないかをよく考えて、送ってくれないと、こちらとしては回答できないこともあります。

はじめに

理工系の分野において（近年はそれ以外のすべての分野においても）確率統計の授業が行われています。データ解析だけを考えれば統計ソフトや、もっと一般的な表計算ソフトを使えば解析はできます。一方でそれだけであれば、授業を行う意味もしくはそもそも大学にくる必要すらありません。どうしてそのようなことを考えるのかを中心に授業を受けてください。

はじめに

多くのデータが集められる状況においては、（ある程度の仮定の下で）データの種類によらず同じような結果を得ることを経験的に知っています。特にある程度大きなサイズのデータをグラフ上にプロットすると釣り鐘状のグラフが出てくることがほとんどです。この経験則をうまく使って、データの裏側にあるパラメータを推定したり、もしくは予想したパラメータの値がおかしくないか検定するのが（特にこの授業で取り扱う）統計です。

はじめに

一方でこの経験則はどこまで正しいのかを考えるためには何らかのモデルを仮定して、どのようなことが起きるのか、どのようなことが起きやすいのかを調べ、実際に経験則である統計は、少ない仮定の下でいつでも起きることだと分かるようにすること、もしくはその道具が確率です。

はじめに

経験則はかなり正しいのですが、人間が経験できる事柄は限られています。また実際に経験できることに、人間の知性を加えればかなりのことが分かるような気がしますが、以外に起こってみないと分からないこともあるようです。

はじめに

さいころを 2 個使って丁半博打（和が奇数になるか偶数になるかを賭ける）に関して、現在では（例えば大学入試の問題として考えれば）さいころのでる目は $6 \times 6 = 36$ 通りあってそのうち半分の 18 通りが偶数（丁）、残りの 18 通りが奇数（半）になり、それぞれは等確率で出てくると思えばどちらにでるのも等確率になります。一方でその昔は $(1, 2)$ と $(2, 1)$ を区別せず（総和が小さいほうから、小さいほうの数字が小さいほうから並べて）$(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(4, 6)$, $(5, 5)$, $(5, 6)$, $(6, 6)$ の 21 通りあってそのうち 12 通りが偶数（丁）、残りの 9 通りが奇数（半）になり、それぞれ等確率で出てくると思えば $4 : 3$ で偶数の方が出やすいはずです。
さすがにこれほどの差があるとすぐにこの考え方はどこかがおかしいと気付くレベルですが、同じ考え方をして次のような例を考えてください。

はじめに

さいころを3個使って博打をしますが、和が 9 もしくは 10 のどちらかに賭けます。今、和が $9, 10$ 以外になった場合は引き分けとしましょう。どちらに賭けるのが有利かを考えるのに、和が 9 になるでかたは、$(1,2,6)$, $(1,3,5)$, $(1,4,4)$, $(2,2,5)$, $(2,3,4)$, $(3,3,3)$ の 6 通りであり、和が 10 になるのは $(1,3,6)$, $(1,4,5)$, $(2,2,6)$, $(2,3,5)$, $(2,4,4)$, $(3,3,4)$ の同じく 6 通りです。並べ替えを区別しない場合は同じ確率になり、どちらに賭けても一緒ですが、並べ替えを区別する場合は、和が 9 の場合は 25 通り、和が 10 の場合は 27 通りと少しだけ和が 10 の方が有利になります。さいころを3個投げた場合の（並べ替えを区別した場合の）総数は $6^3 = 216$ 通りあり、和が 9, 10 になる確率はそれぞれ $25/216 \cong 0.1157\ldots$, $27/216 = 0.125$ と共におよそ1割でその差が1分（1%）なので経験則として差があると気付くのには相当の回数賭けをする必要があるでしょう。

はじめに

人間の感覚は意外と正しいようで、意外と間違っているという例を実際に体験してみましょう。（なるべく先の方は読まないでまず、今までに習った知識を使っても構いませんので、直感に従って指示に従ってください。）

はじめに

人間乱数発生器

ゲームの好きな人などは、コンピュータなどの作る乱数にお世話になっています。この乱数は実際はランダムな数字の列ではなく、非常に長い数字（通常は 0, 1）の列で、（人間がみるようなレベルの）一部分を見ればランダムに並んでいるように見えるし、統計的なテストをして、ランダムだと判定されるようなものです。これを人間に置き換えてみましょう。さすがに大量の乱数を作れと言われると、たぶん無理でしょうけれども、○×を 10 個ランダムに並べることは簡単でしょう。一クラスおよそ 50 人で全員合わせておよそ 100 列作り、そのうちの 2 列分を担当していると想定しています。

はじめに

問題

（１）コイン投げのような実際にランダムになる（と思われるような）操作をすることは禁止して、頭でこれこそランダムだという、○×が 10 個並んだ列を 2 列作ってみましょう。
入試などでも出ますのでよく知っているとは思いますが、○×を 10 個並べる並べ方は $2^{10} = 1024$ 通りあり、そのうちの 2 つを選びなさいと言われていることに対応しています。
（２）確率が 1/2 になると思われるランダム（だと思える）事象、例えばコインを投げる、さいころを投げる、などを使って同じように○×が 10 個並んだ列を 2 列作ってみましょう。
（次のページへ続く）

はじめに

問題

それらしい例として

○○×○×○○××○　　　××○×○○×○×○

とできたとしましょう。(実際は頭で考えた（１）のものとランダムなもの（２）の２つあります。)

（３）それぞれに対して○×の個数を数えてみましょう。例の場合は左○× $(6, 4)$ 右○× $(5, 5)$ になります。

（４）○または×が並んだ最大の個数を数えましょう。左の例では○が２個×が １個○が１個×が １個○が２個×が ２個○が１個と並んでいるので最大の個数は 2、右の例でも同じように 2 になります。

はじめに

宿題

問題の結果を宿題とします。○×を $0, 1$ などに変換しても構いません。
上の例を 2 つ並べたもので書きますが、このようにおかしいものや、他人の結果を写した場合は不正行為とみなします。
以下のような形でよいので提出してください。
(1) ○○×○×○○××○
××○×○○×○×○
(2) ○○×○×○○××○
××○×○○×○×○
(3) (6, 4), (5, 5), (6, 4), (5, 5)
(4) 2,2,2,2